Подготовка к ОГЭ

2020 год

Уравнения и неравенства

Задания №9, №15

Линейные уравнения — это уравнения вида $ax = b$, где x — неизвестное, a и b — заданные числа.

- Если $a = 0$ и $b \neq 0$, то уравнение имеет вид $0 \cdot x = b$, решений нет.
- Если $a = 0$ и $b = 0$, то уравнение имеет вид $0 \cdot x = 0$, x — любое число.
- Если $a \neq 0$ и b — любое число, то делим обе части уравнения на a, находя неизвестное: $x = \dfrac{b}{a}$.

Задачи с решениями

1. Решите уравнение $4 \cdot (x + 5) = -16$.

Решение.

Разделим обе части уравнения на 4.

$x + 5 = -16 : 4,$

$x + 5 = -4,$

$x = -4 - 5,$

$x = -9.$

Ответ: -9.

2. Решите уравнение $6x - 12 = 5x + 4$.

Перенесём $5x$ из правой части в левую, изменив знак на противоположный:

$6x - 5x - 12 = 4,$

$x - 12 = 4.$

Перенесём (-12) из левой части уравнения в правую, изменив знак на противоположный:

$x = 4 + 12,$

$x = 16.$

Ответ: 16.

3. Решите уравнение $\dfrac{x+7}{3} = \dfrac{2x-3}{5}$.

Решение.

В верной пропорции произведение крайних членов равно произведению средних, поэтому

$5(x+7) = 3(2x-3)$,

$5x + 35 = 6x - 9$,

$5x - 6x = -35 - 9$,

$-x = -44$,

$x = 44$.

Ответ: 44.

Квадратные уравнения — это уравнения вида $ax^2 + bx + c = 0$, где x — переменная, a, b и c — некоторые числа, причём $a \neq 0$.

Неполные квадратные уравнения — квадратные уравнения, в которых $b = 0$ и/или $c = 0$. Решение неполных квадратных уравнений рассмотрим на примерах.

11. Решите уравнение $4x^2 + x = 0$.

Решение.

В левой части вынесем общий множитель x за скобки:

$x(4x + 1) = 0,$

$x = 0,$ или $4x + 1 = 0,$

$4x = -1,$

$x = -0{,}25.$

$x_1 = 0;$ $x_2 = -0{,}25$ — корни исходного уравнения.

Ответ: 0; −0,25.

12. Решите уравнение $3x^2 = 81$.

Решение.

$x^2 = 27$,

$x_{1,2} = \pm\sqrt{27}$,

$x_1 = -3\sqrt{3}$, $x_2 = 3\sqrt{3}$.

Ответ: $-3\sqrt{3}$, $3\sqrt{3}$.

Рассмотрим квадратное уравнение общего вида, то есть $ax^2 + bx + c = 0$, где $a \neq 0$. Такие уравнения решаем по алгоритму:

- найти дискриминант D, вычисляемый по формуле $D = b^2 - 4ac$;

- по знаку дискриминанта определить число корней уравнения:

— если $D > 0$, то уравнение имеет два корня:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ то есть}$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a};$$

16. Решите уравнение $6x^2 - 13x + 2 = 0$.

Решение.

$a = 6$	Вычислим дискриминант $D = b^2 - 4ac$.
$b = -13$	$D = (-13)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 6 = 169 - 48 = 121$, $D > 0$,
$c = 2$	поэтому исходное уравнение имеет два корня:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \quad x_{1,2} = \frac{13 \pm \sqrt{121}}{2 \cdot 6} = \frac{13 \pm 11}{12},$$ откуда

$$x_1 = \frac{13 - 11}{12} = \frac{1}{6}, \quad x_2 = \frac{13 + 11}{12} = 2.$$

Ответ: $\frac{1}{6}$; 2.

17. Решите уравнение $9x^2 - 6x + 1 = 0.$

Решение.

$a = 9$	Вычислим дискриминант $D = b^2 - 4ac.$
$b = -6$	$D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 36 - 36 = 0.$ $D = 0,$
$c = 1$	поэтому исходное уравнение имеет один корень:

$$x = -\frac{b}{2a}, \qquad x = \frac{6}{2 \cdot 9} = \frac{1}{3}.$$

Ответ: $\frac{1}{3}.$

АЛГЕБРА
ЗАДАНИЯ №15

Линейным неравенством называется неравенство вида $ax + b > 0$, $ax + b < 0$, $ax + b \geqslant 0$ или $ax + b \leqslant 0$, где x — переменная, a и b — некоторые числа, причём $a \neq 0$.

Для решения неравенства $ax + b > 0$ сначала перенесём слагаемое b в правую часть: $ax > -b$. Далее разделим обе части неравенства на a. При этом следует учитывать знак a:

- если $a > 0$, то при делении неравенство сохраняет знак: $x > -\frac{b}{a}$, то есть $x \in \left(-\frac{b}{a}; +\infty\right)$;

- если $a < 0$, то при делении неравенство меняет знак на противоположный: $x < -\frac{b}{a}$, то есть $x \in \left(-\infty; -\frac{b}{a}\right)$.

23. Решите неравенство $5x - 3 < 7x - 17$.

Решение.

Перенесём в левую часть все слагаемые, содержащие переменную, а в правую — свободные члены:

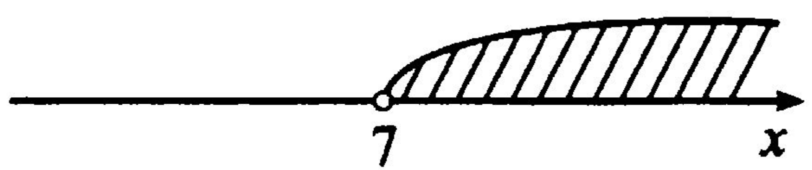
$5x - 7x < 3 - 17$,

$-2x < -14$.

Разделим обе части на (-2), знак неравенства при этом изменится на противоположный:

$x > 7$ (см. рис. 9).

Ответ: $(7; +\infty)$.



Квадратное неравенство — это неравенство вида $ax^2 + bx + c > 0$, $ax^2 + bx + c < 0$, $ax^2 + bx + c \geqslant 0$ или $ax^2 + bx + c \leqslant 0$, где x — переменная, a, b и c — некоторые числа, причём $a \neq 0$.

Решите неравенство $x^2 - 4x - 21 \geqslant 0$.

1) Разложим левую часть неравенства на множители. Для этого решим уравнение $x^2 - 4x - 21 = 0$. $x = 7$ и $x = -3$ — корни уравнения. Неравенство примет вид $(x+3)(x-7) \geqslant 0$.
2) Нанесём числа -3 и 7 на прямую. Учитывая, что неравенство нестрогое, закрасим точки (см. рис. 15).

Делаем вывод: $x \leqslant -3$, $x \geqslant 7$.

Ответ: $(-\infty; -3] \cup [7; +\infty)$.

Решите неравенство $7x^2 - 12x + 5 < 0$.

Решение.

$7x^2 - 12x + 5 = 0$, $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{5}{7}$ — корни уравнения.

$$7(x-1)\left(x-\frac{5}{7}\right) < 0 \quad \Big| : 7$$

$$(x-1)\left(x-\frac{5}{7}\right) < 0.$$

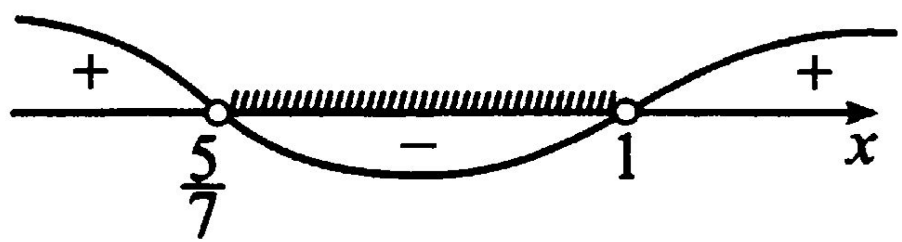
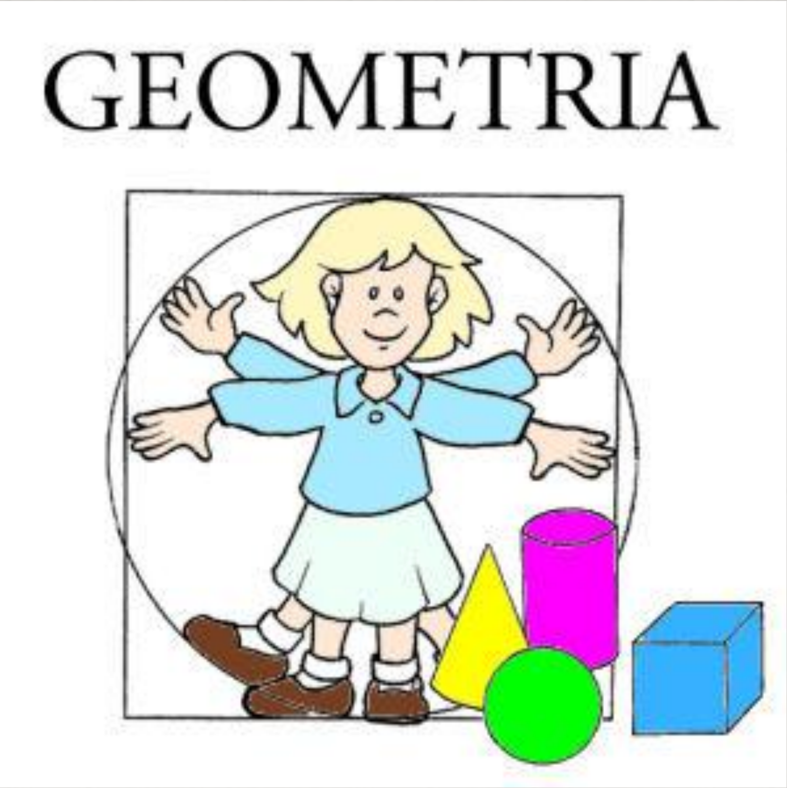


Рис. 19

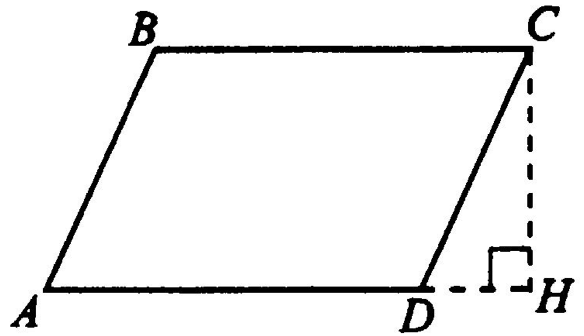
$\frac{5}{7} < x < 1$ (см. рис. 19).

Ответ: $\left(\frac{5}{7}; 1\right)$.

ГЕОМЕТРИЯ



Параллелограмм — это четырёхугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны. На рисунке 164 $ABCD$ — параллелограмм, так как $AB \parallel CD$ и $BC \parallel AD$.



Свойства:

1) Сумма углов параллелограмма, прилежащих к одной стороне, равна 180°. То есть $\angle A + \angle B = 180°$ и $\angle B + \angle C = 180°$ (см. рис. 164).

2) В параллелограмме противоположные стороны равны, то есть $AB = CD$, $AD = BC$ (см. рис. 164).

3) В параллелограмме противоположные углы равны, то есть $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ (см. рис. 164).

Один угол параллелограмма на 56° больше другого. Найдите градусную меру меньшего из углов параллелограмма.

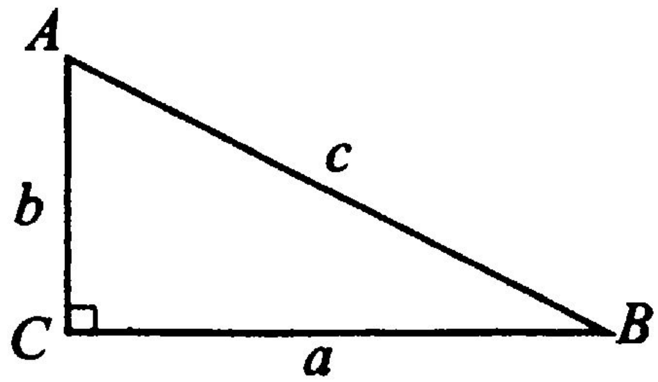
Решение:

$<A + <B = 180°,$

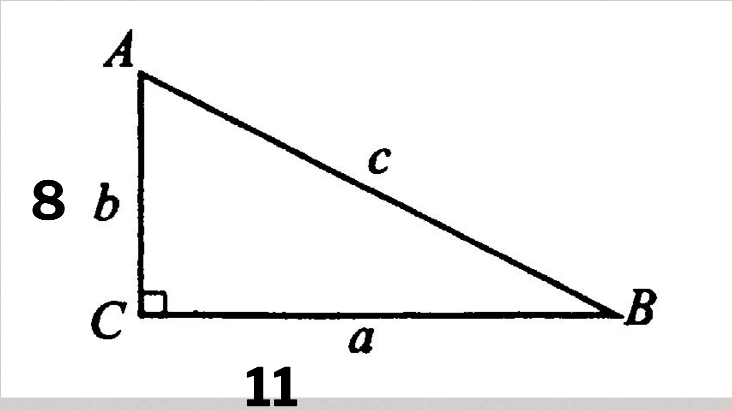
$<A = (180° - 56°):2 = 62°$

Ответ: 62

Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения катетов. $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BC$ (см. рис. 144).



Найдите площадь прямоугольного треугольника, если его катеты равны 8м и 11м.



Решение:

S=a*b:2=

8*11:2=44

Ответ:44

22. Найдите площадь треугольника, изображённого на рисунке 145.