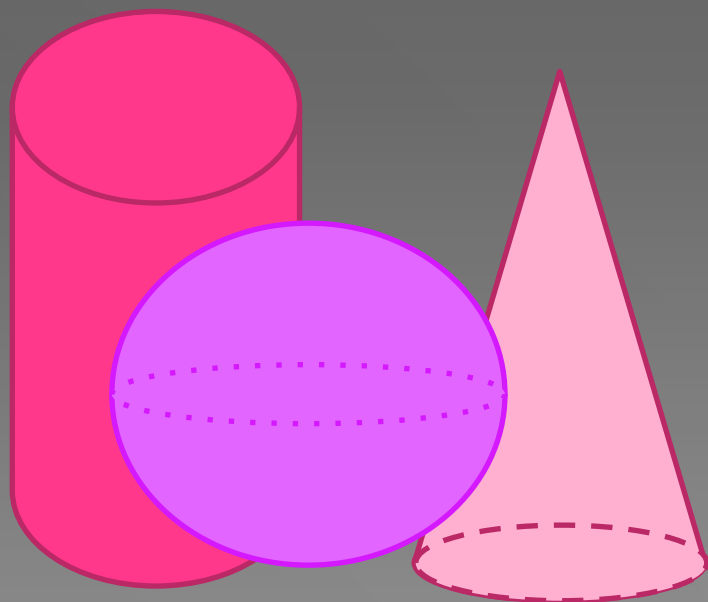


Тела вращения

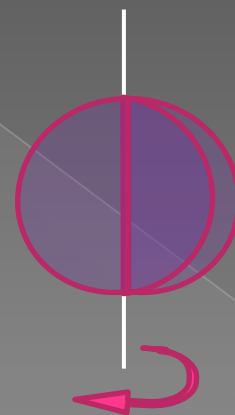
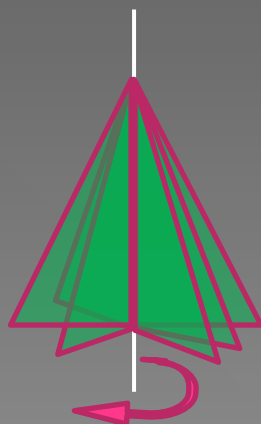
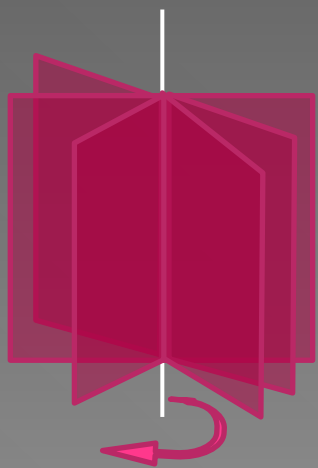


Представляю вашему вниманию
три тела вращения:
конус, цилиндр и шар.



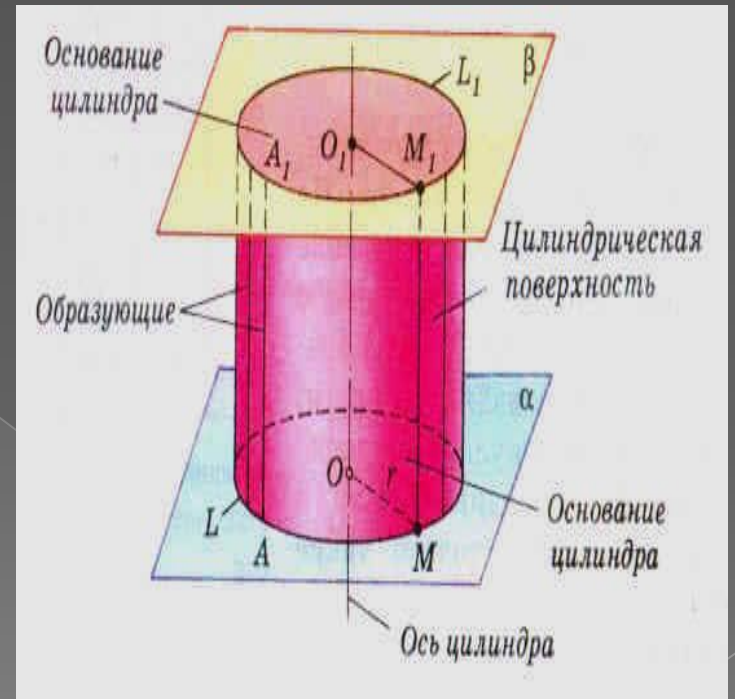
Определение тела вращения

- Тело вращения — это пространственная фигура полученная вращением плоской ограниченной области вместе со своей границей вокруг оси, лежащей в той же плоскости.

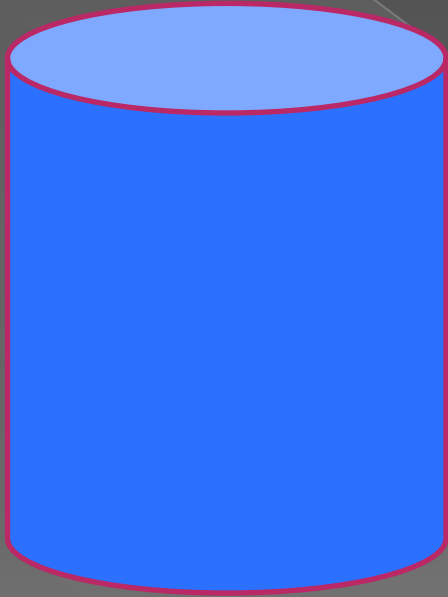


Цилиндр

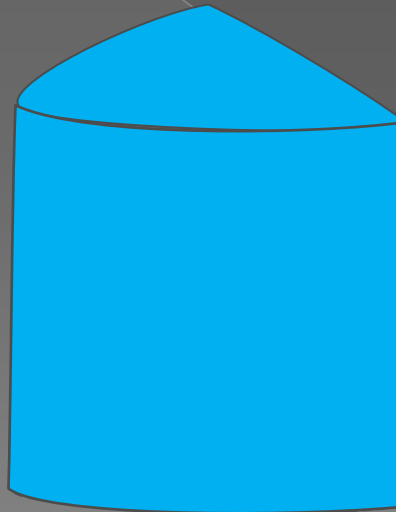
- Цилиндр – это тело, которое описывает прямоугольник при вращении около оси, содержащей его сторону.
- Верхний и нижний круги – это *основания* цилиндра.
- Прямая проходящая через центры кругов – это *ось* цилиндра.
- Отрезок параллельный оси цилиндра, концы которого лежат на окружностях основания – это *образующая* цилиндра.
- Радиус основания - это *Высота* цилиндра - это перпендикуляр между основаниями цилиндра



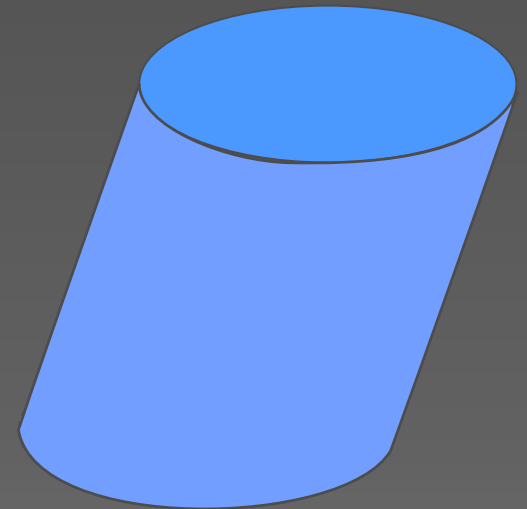
Виды цилиндров



Прямой круговой

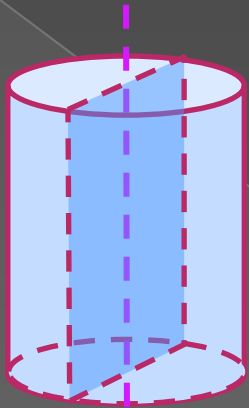


Прямой некруговой

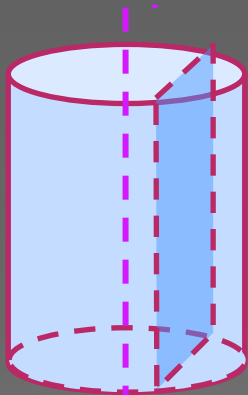


Наклонный круговой

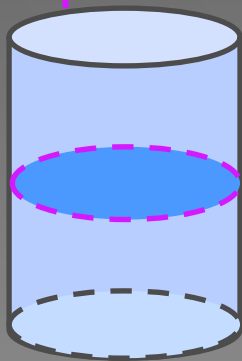
Сечения цилиндра



Осевое сечение: Плоскость сечения содержит ось цилиндра и перпендикулярна основаниям. В сечении – **прямоугольник**



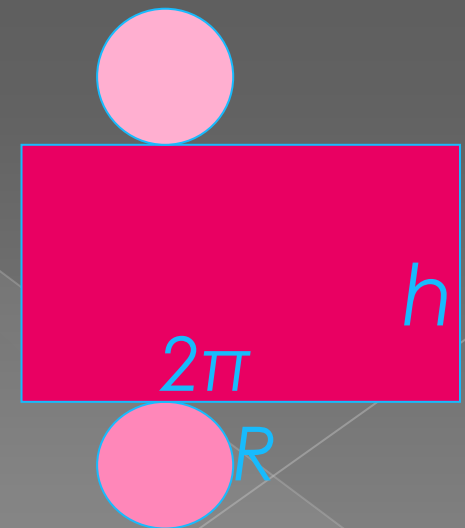
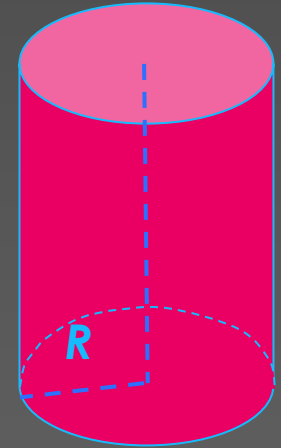
Сечение плоскостью, параллельной оси цилиндра: Плоскость сечения не содержит ось цилиндра и перпендикулярна основаниям. В сечении – **прямоугольник**



Сечение плоскостью, параллельной основаниям цилиндра:
Плоскость сечения параллельна основаниям и перпендикулярна оси. В сечении – **круг**

Площадь поверхности цилиндра

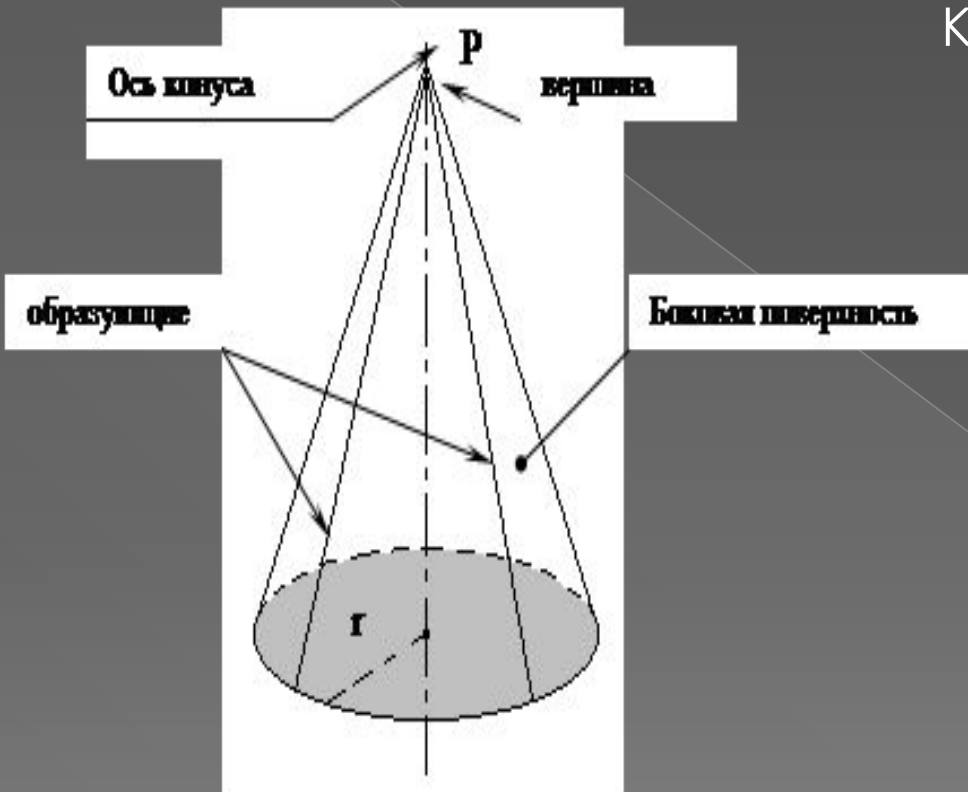
- Для вывода формулы площади полной поверхности цилиндра потребуется развертка цилиндра.
- Полная поверхность состоит из 2 оснований и боковой поверхности.
- Площадь основания находим как площадь круга:
$$S = \pi R^2$$
- R – радиус основания цилиндра.
- Боковая поверхность цилиндра есть **прямоугольник**.
- Одна сторона прямоугольника – это высота цилиндра (h), другая – длина окружности основания ($2\pi R$)
Площадь боковой поверхности цилиндра равна произведению сторон прямоугольника: $2\pi R h$



Цилиндр в нашей жизни



Конус



Конус (круговой конус) – тело, которое состоит из круга – основание конуса, точки, не принадлежащей плоскости этого круга, – вершины конуса и всех отрезков, соединяющих вершину конуса и точки окружности основания. Отрезки, которые соединяют вершину конуса с точками окружности основания, называются образующими конуса. Поверхность конуса состоит из основания и боковой поверхности.

Конус

Конус – это тело, которое описывает прямоугольный треугольник при вращении вокруг оси, содержащей его катет.

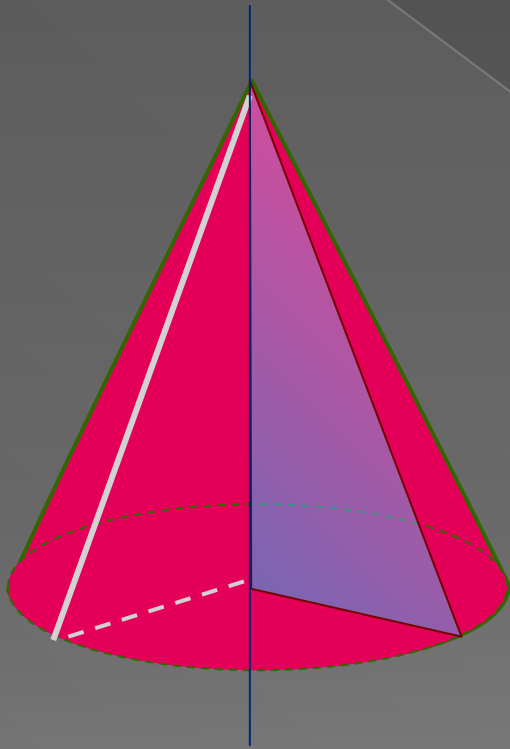
Точка вне круга с которой соединяются все точки окружности – это *вершина* конуса.

Прямая проходящая через центр круга и вершину конуса – есть *ось* конуса.

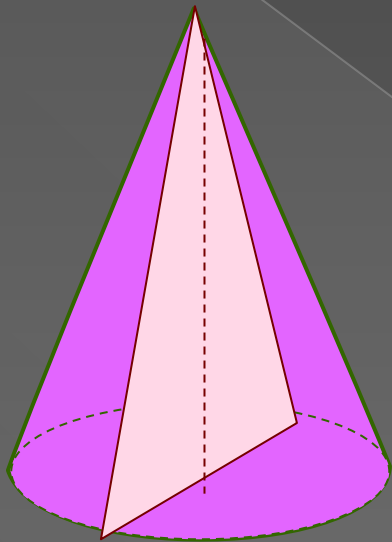
Отрезок соединяющий вершину с любой точкой окружности основания – это *образующая* конуса.

Радиус основания - это *радиус* конуса.

Высота конуса - это перпендикуляр, опущенный из вершины конуса к основанию.



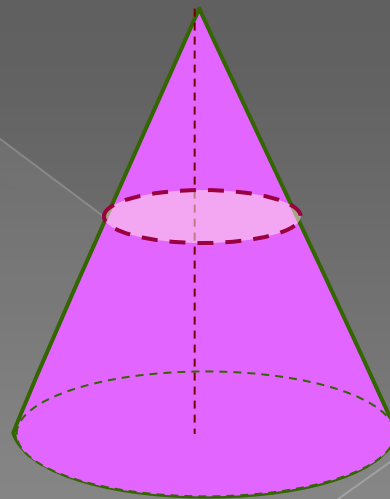
Сечение конуса



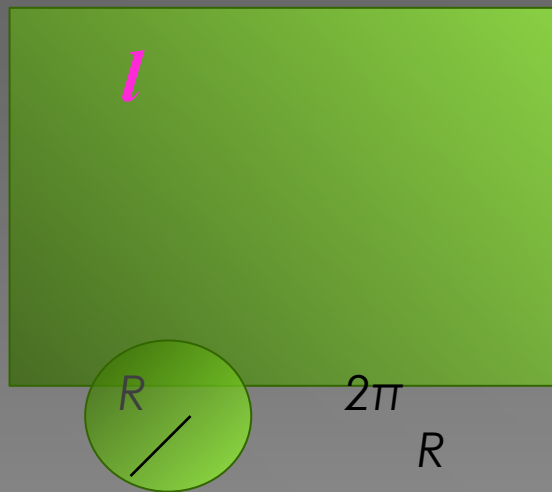
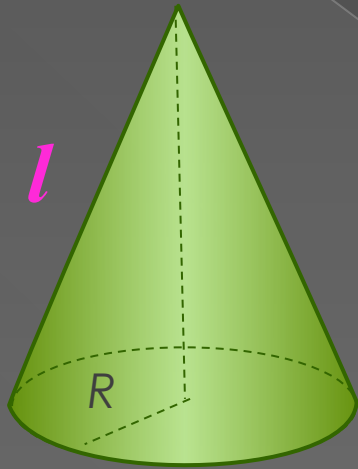
Осевое сечение: Плоскость сечения содержит ось конуса и перпендикулярна основанию. В сечении – *равнобедренный треугольник*.

Сечение плоскостью, параллельной основанию конуса:

Плоскость сечения параллельна основанию конуса и перпендикулярна оси. В сечении – *круг*.



Площадь поверхности конуса



Для вывода формулы площади полной поверхности конуса потребуется его развертка.

Полная поверхность состоит из основания и боковой поверхности.

Площадь основания находим как площадь круга $S = \pi R^2$

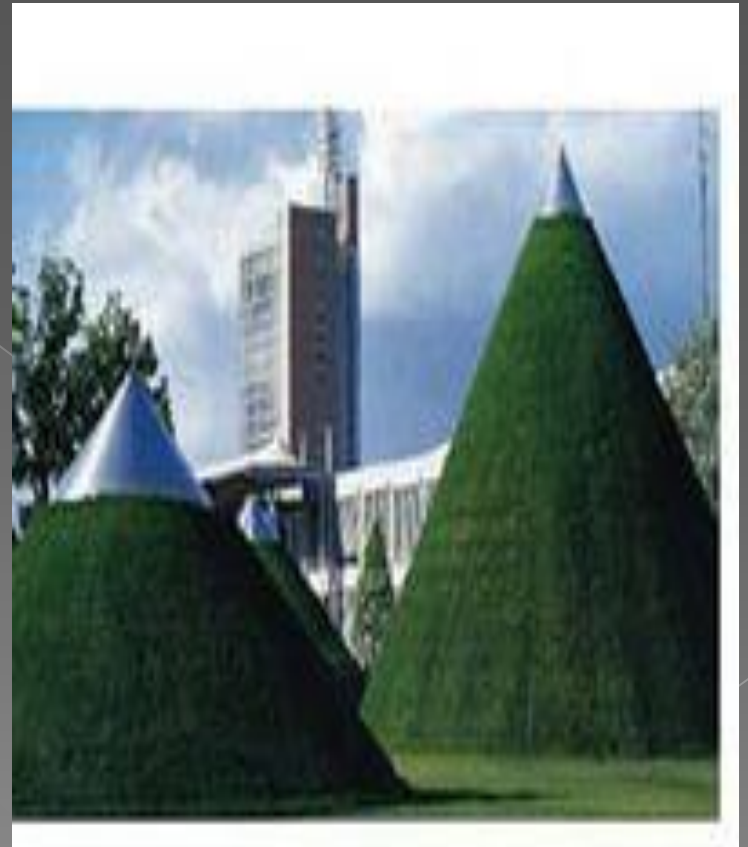
R – радиус основания цилиндра

Боковая поверхность конуса есть.

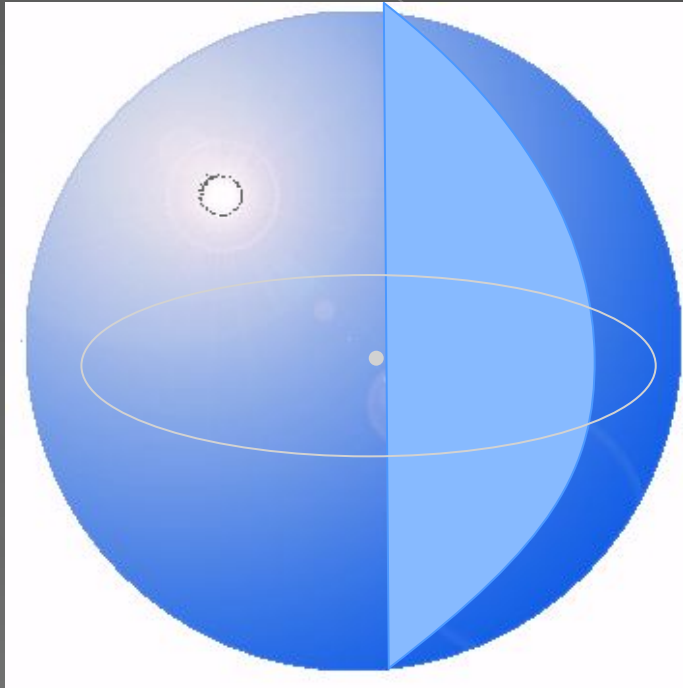
Площадь боковой поверхности конуса равна произведению радиуса на образующую и число π .

Получаем, $S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + S_{\text{осн}} = \pi Rl + \pi R^2$

Конус в нашей жизни



Шар



Шаром называется тело, которое состоит из всех точек пространства, находящихся на расстоянии, не большем данного, от заданной точки точки.

Эта точка называется *центром* шара. Расстояние от центра шара до любой точки поверхности называется — *радиусом* шара.

Шар можно получить вращением полукруга вокруг оси, содержащей его диаметр.

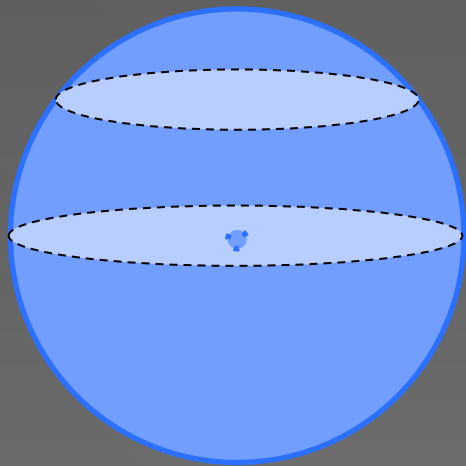
Сфера — это поверхность все точки которой равноудалены от заданной точки.

Сечения шара

Сечение шара, проходящее через его центр:

В сечении – *круг*.

В этом случае в сечении получается круг наибольшего радиуса, его называют *большой круг шара*.



Сечение плоскостью, не проходящей через центр шара: В сечении – *круг*.

Площадь поверхности шара равна четыре площади большого круга шара:

$$S = 4\pi R^2$$

Шар в нашей жизни



Задача на цилиндр

Найдите площадь поверхности (внешней и внутренней) шляпы, размеры которой (в см) указаны на рисунке.

Решение.

1) Если дно шляпы опустить на плоскость её полей, то получим круг радиуса

$$R = r_1 + 10 = 20 \text{ см.}$$

2) Площадь этого круга

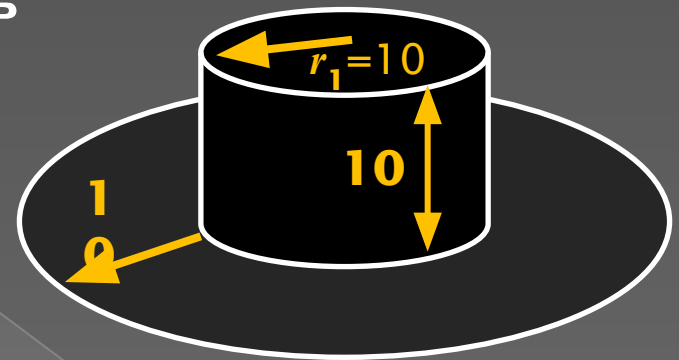
$$S_M = \pi \cdot R^2 = 400\pi (\text{ см}^2).$$

3) Найдем площадь боковой поверхности цилиндрической части

$$S_{\sigma} = h_{\text{окр}} \cdot \neq 2\pi r_1 \cdot = 2\pi \cdot 10 \cdot 10 = 200\pi (\text{ см}^2).$$

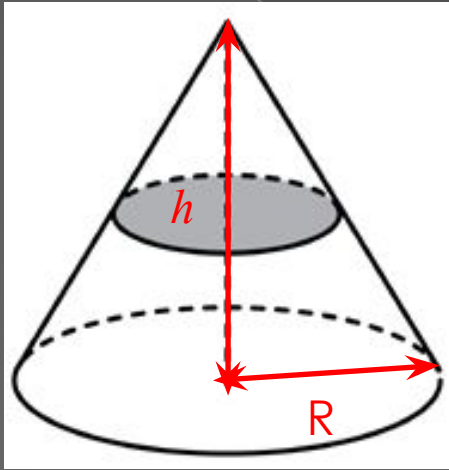
4) Найдем площадь шляпы

$$S_{\text{шляпы}} = 2 \cdot (S_{\text{круга}} + S_{\sigma}) = 2 \cdot (400\pi + 200\pi) = 1600\pi (\text{ см}^2).$$



**Ответ: 1600π
(см²).**

Задача на конус



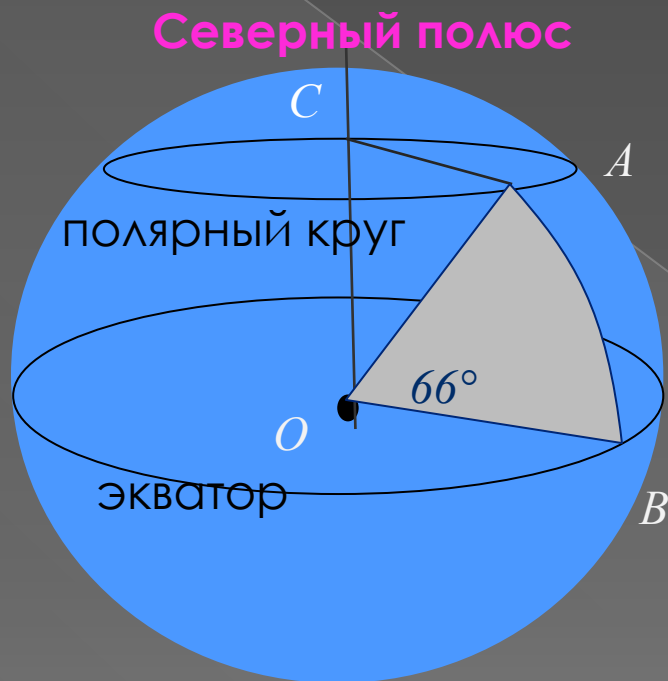
Объем конуса равен 16. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объем меньшего конуса.

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = 16$$

$$V_{\text{мен}} = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{R}{2} \right)^2 \frac{h}{2} = \frac{1}{3} \pi R^2 h \cdot \frac{1}{8} = 16 \cdot \frac{1}{8} = 2$$

Ответ: 2

Задач на шар



Найдите длину полярного круга Земли (радиус Земли принять за 6400 км)

1) Из справочника: длина дуги от экватора до полярного круга 66° .

Этой же мере соответствует центральный угол $\angle AOB = 66^\circ$

2) Дуга от Северного полюса до экватора равна 90° . Значит,
 $\angle COB = 90^\circ$.

Тогда, $\angle COA = 90^\circ - 66^\circ = 24^\circ$.

3) Используя синус угла $\angle COA$ в прямоугольном $\triangle ACO$ найдем CA :

$$CA = AO \cdot \sin(\angle COA) = 6400 \cdot \sin 24^\circ = 6400 \cdot 0,4067 = 2602,88 \text{ (км)}$$

4) CA есть радиус окружности полярного круга, найдем длину этой окружности:

$$2\pi \cdot CA = 2 \cdot 3,14 \cdot 2602,88 = 16\,346,0864 \text{ км}$$

Ответ: длина полярного круга ≈ 16 тыс. км