Л. В. Барсукова

ГЕОМЕТРИЯ

ПРАКТИКУМ

Допущено Министерством образования Республики Беларусь в качестве учебного пособия для учащихся учреждений образования, реализующих образовательные программы профессионально-технического и среднего специального образования

РИПО
Минск
РИПО
2020

УДК 514(075.32)
ББК 22.151я7
Б26

Рецензенты:
цикловая комиссия естественно-математического цикла филиала БНТУ «Минский государственный политехнический колледж» (*Т. В. Гнедько*);
доцент кафедры высшей математики УО «Белорусский государственный аграрный технический университет», кандидат физико-математических наук, доцент *Л. А. Хвощинская*.

Выпуск издания осуществлен при финансовой поддержке Министерства образования Республики Беларусь.

Барсукова, Л. В.

Б26 Геометрия. Практикум : учеб. пособие / Л. В. Барсукова. – Минск : РИПО, 2020. – 103 с. : ил.

ISBN 978-985-7234-14-1.

В учебном пособии приведены четырнадцать практических занятий. Каждое практическое занятие содержит теоретический материал, задачи, контрольные вопросы и индивидуальные задания. Теоретический материал для лучшего восприятия представлен в форме опорного конспекта. Индивидуальные задания даны в 10 вариантах. Каждый вариант содержит 3–4 задания, которые решаются аналогично разобранным задачам. Варианты 1–4 предназначены для 1–3 уровня усвоения учебного материала, варианты 5–8 – 2–4 уровня, варианты 9–10 – для 5 уровня.

Предназначено для организации самостоятельной работы учащихся при изучении учебного предмета «Математика». Будет полезно преподавателям и учителям, реализующим учебные программы для 10–11-х классов.

УДК 514(075.32)
ББК 22.151я7

ISBN 978-985-7234-14-1

Многогранники

Многогранник представляет собой геометрическое тело, ограниченное конечным числом плоских многоугольников, любые два из которых, имеющих общую сторону, не лежат в одной плоскости.

Элементы многогранника: вершины, ребра и грани.

Многогранник называют выпуклым, если он лежит по одну сторону от плоскости каждой своей грани.

Примеры выпуклых многогранников: куб, параллелепипед, призма, пирамида.

Куб – многогранник, у которого шесть граней, представляющих собой равные квадраты.

Параллелепипед – многогранник, у которого шесть граней, каждая из которых – параллелограмм.

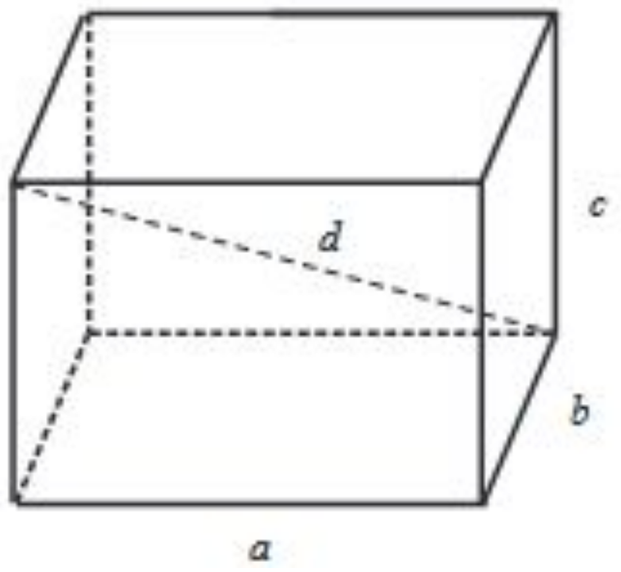
Прямой параллелепипед – параллелепипед, у которого боковые грани – прямоугольники.

Прямоугольный параллелепипед – параллелепипед, у которого все грани – прямоугольники (рис. 1.1).

Теорема 1. Диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и делятся ею пополам.

Теорема 2. Квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трех его измерений:

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2.$$



Призма – это многогранник, у которого две грани – равные *n*-угольники, а остальные *n*-грани – параллелограммы.

Наклонная призма (рис. 1.2, *а*) – призма, у которой основания равные *n*-угольники, лежащие в параллельных плоскостях, боковые грани – параллелограммы. Боковые ребра у наклонной призмы равны и параллельны, диагональное сечение – параллелограмм.

Прямая призма (рис. 1.2, *б*) – призма, у которой боковые грани – прямоугольники, боковые ребра перпендикулярны основаниям, высота равна боковому ребру.

Правильная призма (рис. 1.2, *в*) – призма, у которой боковые грани – прямоугольники, а основания – правильные *n*-угольники. Является прямой призмой, диагональное сечение – прямоугольник.

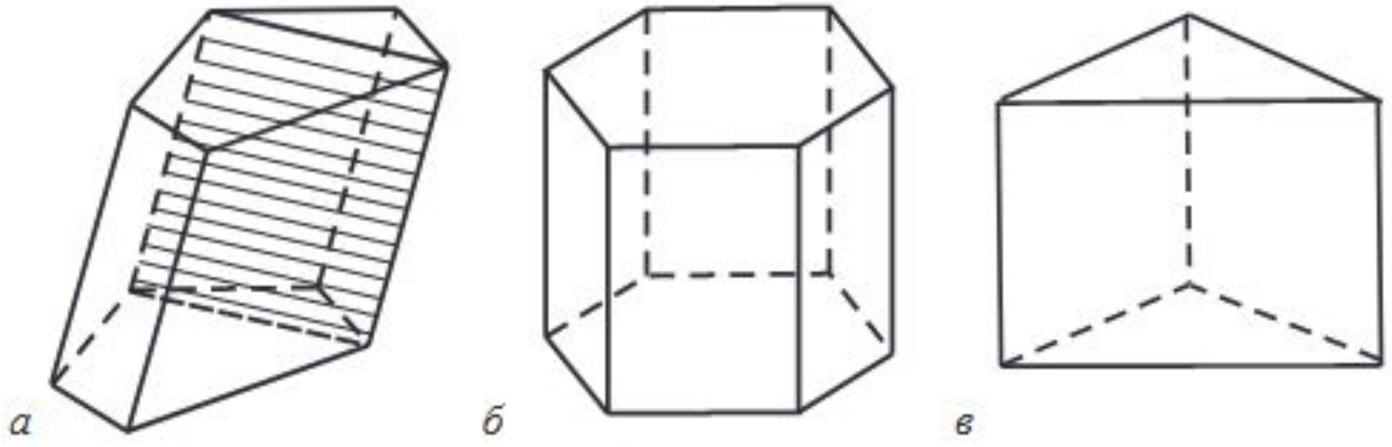


Рис. 1.2

Пирамида – многогранник, у которого одна грань – n-угольник, а остальные n-грани – треугольники с общей вершиной.

Элементы пирамиды: основание, вершина, боковые грани, ребра основания, боковые ребра.

Апофема – высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из вершины к ребру основания.

Правильная пирамида (рис. 1.3, *а*) – пирамида, основанием которой является правильный n-угольник, а все боковые ребра равны между собой. Диагональным сечением является равнобедренный треугольник.

Тетраэдр (рис. 1.3, *б*) – треугольная пирамида, у которой все грани – равные правильные треугольники.

Усеченная пирамида (рис. 1.3, *в*) – часть пирамиды, заключенная между основанием и сечением, параллельным основанию.

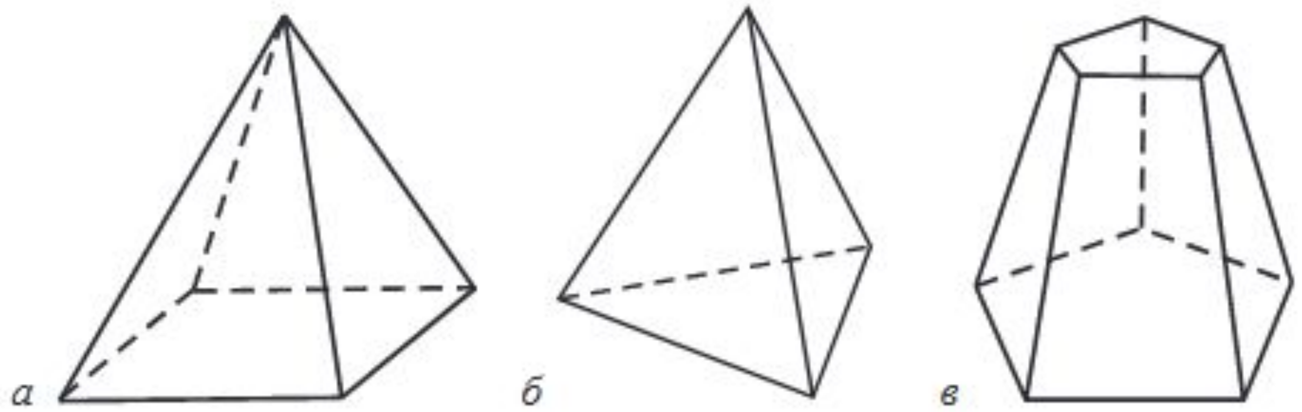


Рис. 1.3

Задачи

Задача 1. Призма имеет 22 грани. Какой многоугольник лежит в ее основании?

Решение.

В основании призмы лежит $(n - 2)$-угольник. $22 - 2 = 20$.

Ответ: 20-угольник.

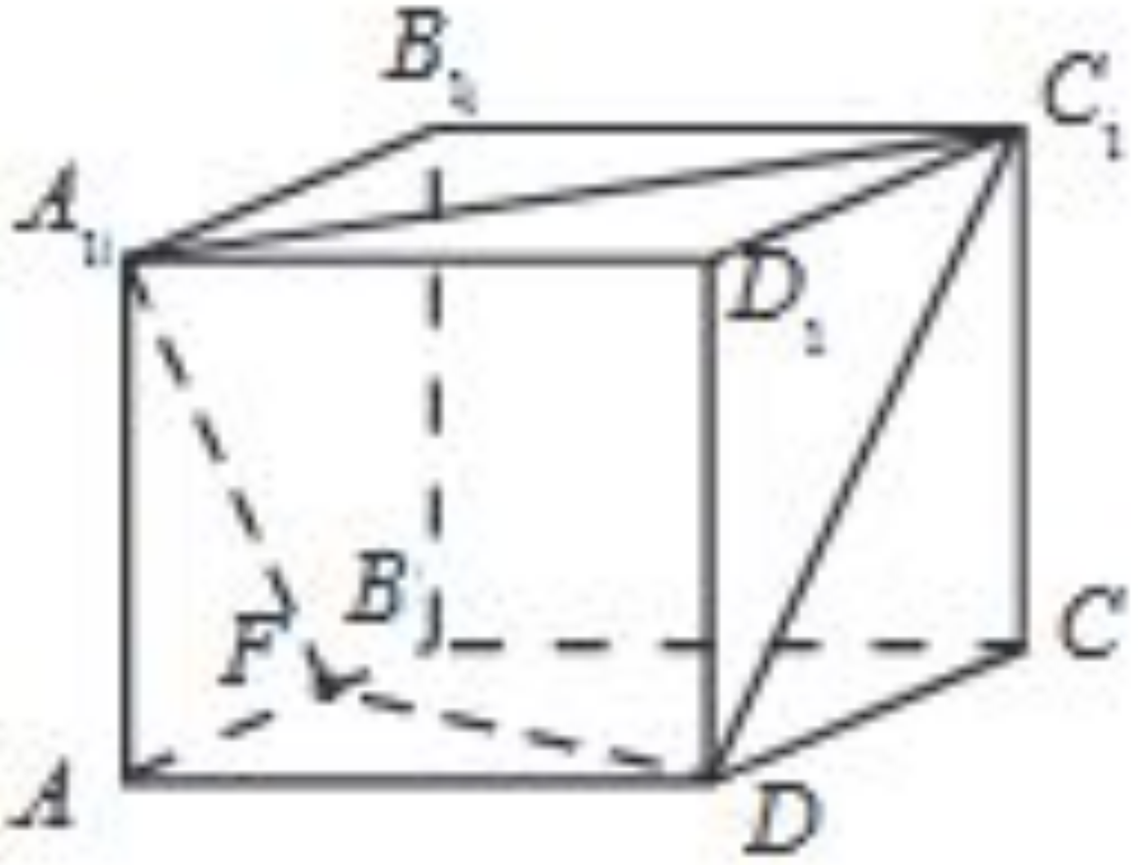
Задача 2. У пирамиды 20 ребер. Сколько у нее граней?

Решение.

Число всех ребер пирамиды – это сумма боковых ребер и ребер основания. Число боковых ребер равно числу ребер основания, значит $20 : 2 = 10$. Следовательно, в основании лежит 10-угольник. Число боковых граней пирамиды равно 10, а число всех граней равно $10 + 1 = 11$.

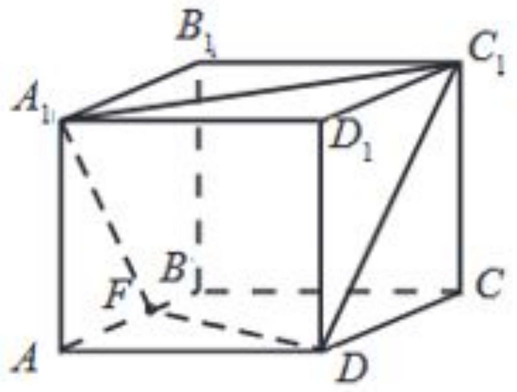
Ответ: 11.

Задача 3. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – куб, F – середина ребра AB (рис. 1.4, *а*). Длина пространственной ломаной $A_1FDC_1A_1$ равна $\sqrt{5}+2\sqrt{2}$ см. Найти длину ребра куба.



а

Задача 3. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – куб, F – середина ребра AB (рис. 1.4, *а*). Длина пространственной ломаной $A_1FDC_1A_1$ равна $\sqrt{5}+2\sqrt{2}$ см. Найти длину ребра куба.



а

Решение.

Найдем длину ломаной L

$$L = A_1C_1 + C_1D + DF + FA_1,$$

$$A_1C_1 = C_1D \text{ и } FA_1 = DF,$$ значит

$$L = 2A_1C_1 + 2FA_1,$$

$$2A_1C_1 + 2FA_1 = \sqrt{5}+2\sqrt{2} \text{ (см)},$$

$$FA_1 + A_1C_1 = \frac{\sqrt{5}}{2}+\sqrt{2} \text{ (см)}.$$

Пусть ребро куба равно a. Тогда $A_1C_1 = a\sqrt{2}$ см (как диагональ квадрата).

Найдем FA_1.

$FA = \dfrac{a}{2}$ см, по теореме Пифагора из ΔAA_1F:

$$FA_1^2 = AA_1^2 + FA^2 = a^2 + \frac{a^2}{4} = \frac{5a^2}{4};\ FA_1 = \frac{a\sqrt{5}}{2} \text{ (см)}.$$

Подставив значения A_1C_1 и FA_1 в уравнение (1), получим:

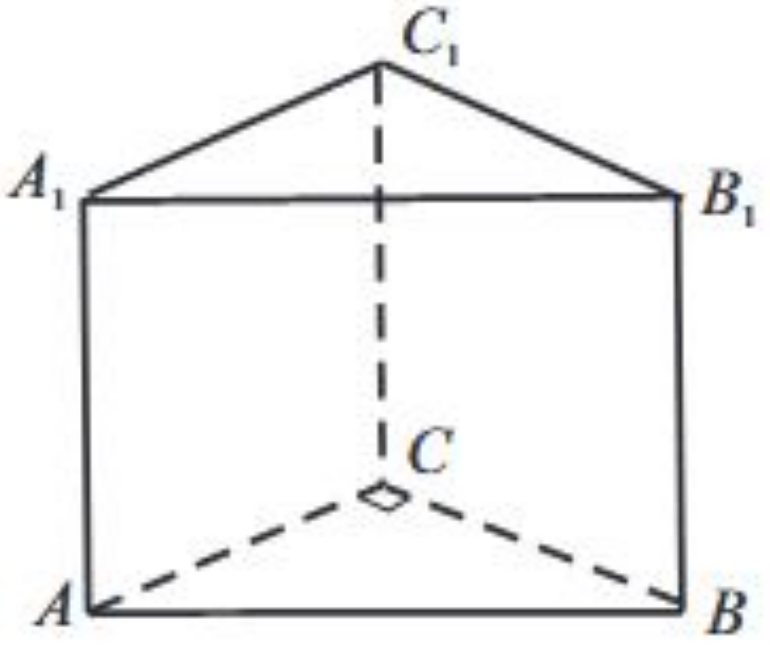
$$\frac{a\sqrt{5}}{2} + a\sqrt{2} = \frac{\sqrt{5}}{2}+\sqrt{2};$$

$$a\left(\frac{\sqrt{5}}{2}+\sqrt{2}\right) = \frac{\sqrt{5}}{2}+\sqrt{2},$$

откуда находим $a = 1$ см.

Ответ: 1 см.

Задача 4. $ABCA_1B_1C_1$ – прямая призма, в основании лежит прямоугольный треугольник $\angle C = 90°$ (рис. 1.5). Площади граней AA_1C_1C и CC_1B_1B равны 150 и 80 см² соответственно. Боковое ребро призмы равно 10 см. Найти площадь боковой поверхности призмы.



Решение.

Задача 4. $ABCA_1B_1C_1$ — прямая призма, в основании лежит прямоугольный треугольник $\angle C = 90°$ (рис. 1.5). Площади граней AA_1C_1C и CC_1B_1B равны 150 и 80 см^2 соответственно. Боковое ребро призмы равно 10 см. Найти площадь боковой поверхности призмы.

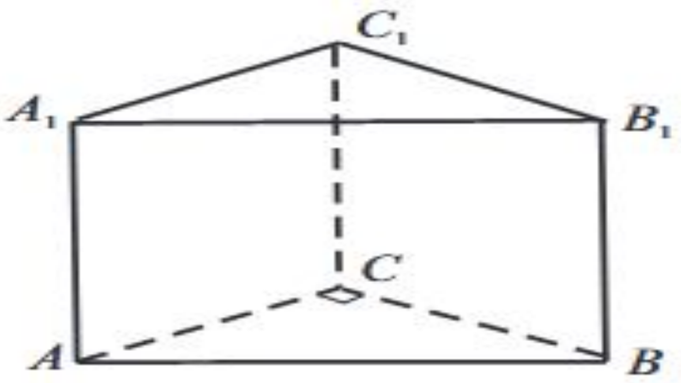


Рис. 1.5

Решение.

Так как $ABCA_1B_1C_1$ — прямая призма, то боковые грани являются прямоугольниками.

Следовательно,

$$S_{AA_1C_1C} = AA_1 \cdot AC,$$

$$AC = \frac{150}{10} = 15 \text{ (см)};$$

$$S_{CC_1B_1B} = CB \cdot CC_1,$$

$$CB = \frac{80}{10} = 8 \text{ (см)}.$$

ΔABC — прямоугольный, по теореме Пифагора найдем AB:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 = 225 + 64 = 289;$$

$$AB = 17 \text{ см}.$$

$$S_{AA_1B_1B} = AA_1 \cdot AB = 10 \cdot 17 = 170 \text{ (см}^2\text{)},$$

$$S_{бок} = S_{AA_1C_1C} + S_{CC_1B_1B} + S_{AA_1B_1B} = 150 + 80 + 170 = 400 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Ответ: 400 см^2.

Контрольные вопросы

1. Какой многогранник (выпуклый или невыпуклый) можно поставить на плоскость каждой его гранью?
2. Какой многогранник называют параллелепипедом?
3. Какой четырехугольник лежит в основании параллелепипеда?
4. Какие грани имеет: а) прямоугольный параллелепипед; б) прямой параллелепипед?
5. Какой многогранник называют призмой?
6. Какой *n*-угольник лежит в основании правильной четырехугольной призмы?
7. Чем отличаются прямая и правильная призмы?
8. Является ли правильная четырехугольная призма параллелепипедом?

9. Чему равна сумма плоских углов при одной вершине правильной треугольной призмы?
10. Какими свойствами обладает правильная пирамида?
11. Какой из многогранников имеет только четыре грани?
12. На сколько больше ребер у четырехугольной призмы, чем у четырехугольной пирамиды?
13. Чему равна сумма плоских углов при одной вершине правильного тетраэдра?

Индивидуальные задания

Вариант 1

1. В n-угольной призме 102 ребра. Найдите число n.

2. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$, в котором $AD = \sqrt{2}$ см, $CD = \sqrt{7}$ см, $CC_1 = 3$ см. Найдите периметр ΔBC_1D.

3. $ABCA_1B_1C_1$ − прямая призма, в основании лежит прямоугольный треугольник ($\angle B = 90°$) с катетами 5 и 12 см. BB_1C_1C − квадрат. Найдите площадь полной поверхности призмы.

Вариант 2

1. В n-угольной пирамиде 52 грани. Найдите число n.

2. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$, в котором $AD = \sqrt{2}$ см, $CD = 2\sqrt{3}$ см, $DD_1 = \sqrt{6}$ см. Найдите периметр ΔAB_1C.

3. $ABCA_1B_1C_1$ — прямая призма, в основании лежит прямоугольный треугольник ($\angle C = 90°$) с катетами 6 и 8 см. ABB_1A_1 — квадрат. Найдите площадь боковой поверхности призмы.

Вариант 3

1. У призмы 19 граней. Сколько у нее ребер?

2. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$, в котором $BC = \sqrt{5}$ см, $AB = \sqrt{7}$ см, $BB_1 = 2\sqrt{5}$ см. Найдите периметр ΔA_1C_1D.

3. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – прямая призма, $ABCD$ – ромб с острым углом 30°. Периметр основания равен 36 см. DD_1C_1C – квадрат. Найдите площадь полной поверхности призмы.

Вариант 4

1. У пирамиды 8 граней. Определите, сколько у нее ребер.

2. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с ребром 1 см. Найдите периметр четырехугольника AB_1C_1D.

3. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – параллелепипед, все грани – равные ромбы, с острым углом 60°. Площадь полной поверхности параллелепипеда $48\sqrt{3}$ см². Найдите ребро параллелепипеда.

Вариант 5

1. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с ребром 1 см. Найдите периметр четырехугольника DCB_1A_1.

2. $ABCA_1B_1C_1$ – правильная призма. Площадь основания равна $16\sqrt{3}$ см^2, BB_1C_1C – квадрат. Найдите площадь боковой поверхности призмы.

3. Дана правильная четырехугольная призма, $D_1M \perp A_1D$, $A_1M = 9$ см, $MD = 16$ см. Найдите площадь полной поверхности призмы.

Вариант 6

1. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – куб. Длина пространственной ломаной $A_1D_1DCB_1AA_1$ равна 4 см. Найдите длину ребра куба.

2. $ABCA_1B_1C_1$ – прямая призма, ΔABC – прямоугольный, $\angle B = 90°$. Площадь основания равна 24 см². BB_1C_1C – квадрат, $AB = 8$ см. Найдите площадь полной поверхности призмы.

3. Дана правильная четырехугольная призма, $C_1K \perp D_1C$, $C_1K = 24$ см, $CK = 32$ см. Найдите площадь полной поверхности призмы.

Вариант 7

1. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – прямоугольный параллелепипед, основание которого – квадрат со стороной 6 см. Вычислите длину пространственной ломаной AA_1BB_1CA, если длина бокового ребра параллелепипеда равна 8 см.

2. $DABC$ – тетраэдр, у которого все боковые ребра равны по 5 см. $AB = AC = 8$ см, $BC = 6$ см. Найдите площадь боковой поверхности тетраэдра.

3. $ABCA_1B_1C_1$ – прямая призма. Около основания призмы описана окружность. $AC_1 = 13$ см, $AB = 4$ см, $BC = 3$ см. Найдите площадь полной поверхности призмы.

Вариант 8

1. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ — прямоугольный параллелепипед, в основании которого лежит квадрат со стороной 3 см. Вычислите длину пространственной ломаной AD_1B_1CA, если длина бокового ребра параллелепипеда равна 4 см.

2. $SABCD$ — правильная пирамида, ΔASC — прямоугольный, $\angle S = 90°$, $AS = 10$ см. Найдите площадь основания пирамиды.

3. $ABCA_1B_1C_1$ — прямая призма, площадь основания которой равна 54 см^2. В основание призмы вписана окружность, радиус которой равен 3 см, $AA_1 = 10$ см. Найдите площадь боковой поверхности призмы.

Вариант 9

1. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ − прямоугольный параллелепипед, $AD = CC_1$, $\angle C_1DC = 45°$. Площадь полной поверхности призмы равна 216 см^2. Найдите боковое ребро параллелепипеда.

2. $TABCD$ − правильная четырехугольная пирамида, длина бокового ребра которой равна 8 см. Точка K − середина ребра TC. Вычислите площадь боковой поверхности пирамиды, если $DK = 6$ см.

3. Основанием прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ служит квадрат. Длина диагонали боковой грани параллелепипеда равна 13 см, радиус окружности, вписанной в треугольник DAA_1, равен 2 см. Вычислите площадь боковой поверхности параллелепипеда.

Вариант 10

1. $ABCA_1B_1C_1$ – прямая призма, $AB = 10$ см, $A_1C_1 = 26$ см, $B_1C_1 = 24$ см. Площадь полной поверхности призмы равна 900 см^2. Найдите боковое ребро призмы.

2. $SABCD$ — правильная четырехугольная пирамида, все ребра которой равны между собой. Точки T и F – середины ребер SA и SC соответственно. Вычислите площадь боковой поверхности пирамиды, если площадь ΔDTF равна $8\sqrt{5}$ см^2.

3. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – прямоугольный параллелепипед, основание которого – квадрат. Площадь боковой поверхности параллелепипеда равна 672 см^2, а радиус окружности, вписанной в ΔDD_1C, равен 3 см. Вычислите длины ребер параллелепипеда.

ОТВЕТЫ

Практическое занятие № 1

В-1 **1.** 34. **2.** $7+\sqrt{11}$ см. **3.** 420 см^2

В-2 **1.** 51. **2.** $\sqrt{2}+\sqrt{14}$ см. **3.** 288 см^2

В-3 **1.** 51. **2.** $5+5\sqrt{3}$ см. **3.** 405 см^2

В-4 **1.** 14. **2.** $2+2\sqrt{2}$ см. **3.** 4 см

В-5 **1.** $2+2\sqrt{2}$ см. **2.** 192 см^2. **3.** 1650 см^2

В-6 **1.** $2-\sqrt{2}$ см. **2.** 192 см^2. **3.** 6600 см^2

В-7 **1.** $12+18\sqrt{2}$ см. **2.** 36 см^2. **3.** 156 см^2

В-8 **1.** $13+6\sqrt{2}$ см. **2.** 100 см^2. **3.** 360 см^2

В-9 **1.** 6 см. **2.** $24\sqrt{15}$ см^2. **3.** 240 см^2

В-10 **1.** 13 см. **2.** $6\sqrt{3}$ см^2. **3.** 24 см, 7 см

Построение сечений многогранников плоскостью

Теоретический материал

***Аксиомы стереометрии*:**

1) через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и притом только одна;

2) если две точки прямой принадлежат плоскости, то и любая точка прямой принадлежит этой же плоскости;

3) если две плоскости имеют общую точку, то они пересекаются по прямой, проходящей через эту точку.

Следствия из аксиом (способы задания плоскости):

1) через прямую и не лежащую на ней точку можно провести плоскость, и причем только одну;

2) через две пересекающиеся прямые можно провести плоскость, и причем только одну;

3) через две параллельные прямые можно провести плоскость, и причем только одну.

Секущей плоскостью многогранника называют плоскость, по обе стороны от которой есть точки данного многогранника.

Сечением многогранника плоскостью является многоугольник, тетраэдра – треугольник и четырехугольник, параллелепипеда – треугольник, четырехугольник, пятиугольник и шестиугольник.

***Алгоритм построения сечений многогранников*:**

1) проводим прямые через точки, лежащие в одной плоскости: прямые NP и NM (рис. 2.1); прямые MN и NK (рис. 2.2);

2) ищем прямые пересечения плоскости сечения с гранями многогранника, для этого находим точки пересечения прямой, принадлежащей плоскости сечения, с прямой, принадлежащей одной из граней (лежащие в одной плоскости): $NP \cap BC$ в точке E (рис. 2.1, *б*); $MN \cap AD$ в точке X и $NK \cap DC$ в точке Y (рис. 2.2, *б*).

Прямыми пересечения плоскости сечения с гранями многогранника являются MQ и PQ (рис. 2.1, *б*); MF и FK (рис. 2.2, *б*).

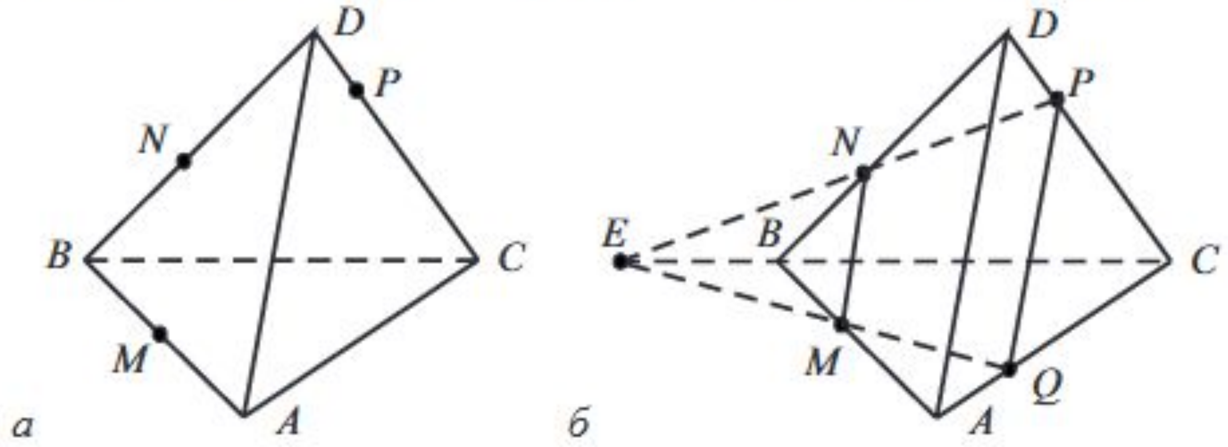


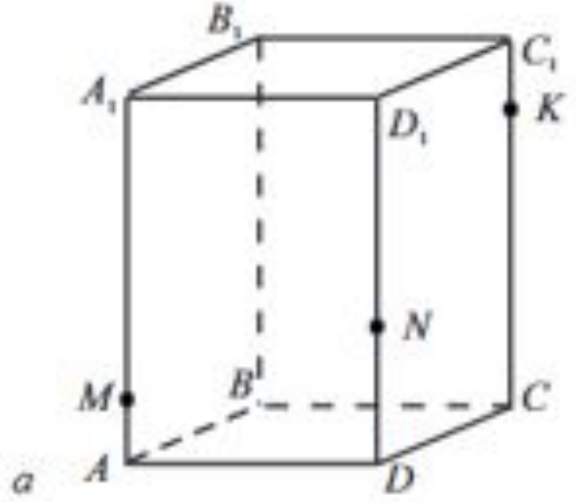
Рис. 2.1

***Алгоритм построения сечений многогранников*:**

1) проводим прямые через точки, лежащие в одной плоскости: прямые NP и NM (рис. 2.1); прямые MN и NK (рис. 2.2);

2) ищем прямые пересечения плоскости сечения с гранями многогранника, для этого находим точки пересечения прямой, принадлежащей плоскости сечения, с прямой, принадлежащей одной из граней (лежащие в одной плоскости): $NP \cap BC$ в точке E (рис. 2.1, *б*); $MN \cap AD$ в точке X и $NK \cap DC$ в точке Y (рис. 2.2, *б*).

Прямыми пересечения плоскости сечения с гранями многогранника являются MQ и PQ (рис. 2.1, *б*); MF и FK (рис. 2.2, *б*).



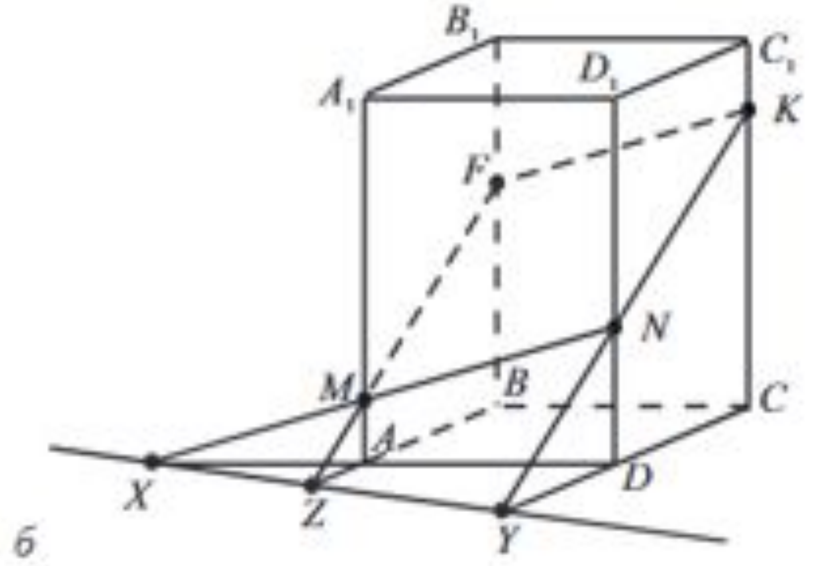


Рис. 2.2

Задачи

Задача 1. $PABCD$ – четырехугольная пирамида. Точки T и K середины AD и DC соответственно. Построить прямую, по которой пересекаются плоскости PTK и PBC.

Решение.

Точки T и K лежат в плоскости ABC, $TK \cap BC$ в точке M. Точка $M \in TK$ и $M \in BC$. Следовательно, $M \in PTK$ и $M \in PBC$.

Точка $P \in PTK$ и $P \in PBC$.

Проведем PM, так как по аксиоме 3 две плоскости, имеющие общую точку, имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей, т. е. $PTK \cap PBC$ по прямой PM (рис. 2.3).

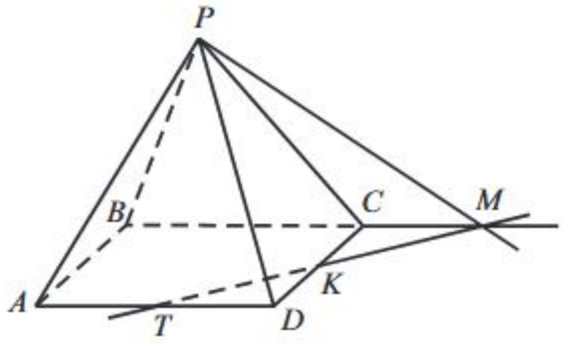


Рис. 2.3

Задача 2. Построить сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через точки $M \in AD$; $N \in DB$; $P \in BC$.

Решение.

Точки M и N лежат в плоскости ADB. Проведем прямую MN, $MN \cap AB$ в точке X.

Точки X и P лежат в плоскости ABC. Проведем прямую XP, $XP \cap AC$ в точке K.

Точки P и N лежат в плоскости BDC. Проведем прямую PN.

Точки P и K лежат в плоскости ABC. Проведем прямую PK.

Точки M и K лежат в плоскости ADC. Проведем прямую MK.

Четырехугольник $MNPK$ – искомое сечение (рис. 2.4).

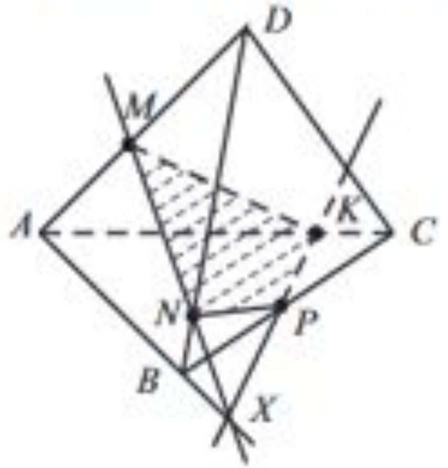


Рис. 2.4

Задача 3. Построить сечение куба плоскостью, проходящей через точки $M \in C_1D_1$, $N \in AD$ и B_1.

Решение.

Точки B_1 и M лежат в плоскости $A_1B_1C_1$. Проведем прямую B_1M, $B_1M \cap A_1D_1$ в точке X.

Точки X и N лежат в плоскости AA_1D_1. Проведем прямую XN, $XN \cap DD_1$ в точке P, $XN \cap AA_1$ в точке Y.

Точки Y и B_1 лежат в плоскости AA_1B_1. Проведем прямую YB_1, $YB_1 \cap AB$ в точке Q.

Точки Q и N лежат в плоскости ABC. Проведем прямую QN.

Пятиугольник B_1MPNQ − искомое сечение (рис. 2.5).

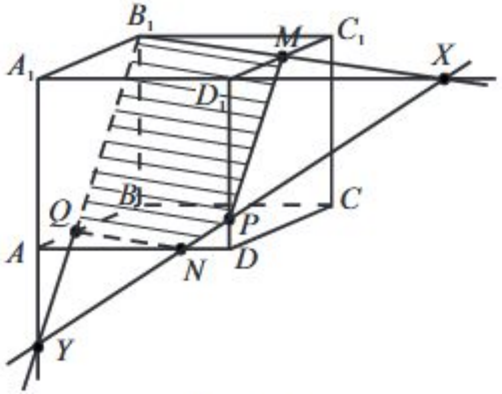


Рис. 2.5

Контрольные вопросы

1. Сколько точек необходимо, чтобы провести прямую на плоскости?
2. Сколько точек необходимо для задания плоскости?
3. Согласны ли вы с утверждениями: а) плоскость определяется четырьмя точками; б) вершины замкнутой ломаной, состоящей из трех звеньев, не принадлежат одной плоскости; в) вершины замкнутой ломаной, состоящей из четырех звеньев, не принадлежат одной плоскости?
4. Что является пересечением прямой и плоскости?
5. Какая линия получается при пересечении двух плоскостей?
6. Что значит построить сечение многогранника плоскостью?
7. Какие многоугольники могут получиться в сечении куба плоскостью?

Индивидуальные задания

Вариант 1

1. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – прямоугольный параллелепипед. Прямая a лежит в плоскости AA_1D_1. Определите, какие прямые пересекает прямая a? Сделайте чертеж.

2. $ABCA_1B_1C_1$ – треугольная призма. Постройте сечение призмы плоскостью, проходящей через точки A, B_1, C.

3. $DABC$ – тетраэдр. Точка M принадлежит ребру AD, точка N – ребру BD, точка P – ребру AC. Постройте сечение многогранника плоскостью, проходящей через точки M, N, P.

Вариант 2

1. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ — прямоугольный параллелепипед. Прямая a лежит в плоскости DD_1C_1. Определите, какие прямые пересекает прямая a? Сделайте чертеж.

2. $SABC$ — треугольная пирамида. Точка K — середина ребра SB. Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через точки A, K, C.

3. $DABC$ — тетраэдр. Точка M принадлежит ребру DB, точка N — ребру DC, точка P — ребру AC. Постройте сечение многогранника плоскостью, проходящей через точки M, N, P.

Вариант 3

1. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – прямоугольный параллелепипед. Прямая a лежит в плоскости $A_1D_1C_1$. Определите, какие прямые пересекает прямая a? Сделайте чертеж.

2. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – куб. Точки M и N – середины ребер AD и DC соответственно. Постройте сечение многогранника плоскостью, проходящей через точки M, N, D_1.

3. $DABC$ – тетраэдр. Точка M принадлежит ребру AD, точка N – ребру BD, точка P – ребру CB. Постройте сечение многогранника плоскостью, проходящей через точки M, N, P.

Вариант 4

1. $DABC$ – тетраэдр. Прямая a лежит в плоскости ADB. Определите, какую прямую пересекает прямая a? Сделайте чертеж.

2. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – куб. Точки M и N – середины ребер AB и BC соответственно. Постройте сечение многогранника плоскостью, проходящей через точки M, N, B_1.

3. $DABC$ – тетраэдр. Точка M принадлежит ребру AD, точка N – ребру DC, точка P – ребру AB. Постройте сечение многогранника плоскостью, проходящей через точки M, N, P.

Вариант 5

1. $SABC$ – тетраэдр. Точка M принадлежит ребру AS, точка N принадлежит ребру AC, точка P – ребру CB. Постройте сечение многогранника плоскостью, проходящей через точки M, N, P.

2. Постройте сечение куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью, проходящей через точки $N \in A_1D_1$, $M \in B_1C_1$ и $P \in DD_1$.

3. $ABCA_1B_1C_1$ – треугольная призма. Постройте сечение призмы плоскостью, проходящей через точки $N \in A_1B_1$, $M \in AC$ и $P \in BB_1$.

Вариант 6

1. Постройте сечение куба плоскостью, проходящей через точки $M \in B_1C_1$, $K \in DD_1$ и $N \in A_1D_1$.

2. Пострийте сечение куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью, проходящей через точки M, N и A_1. M и N – середины ребер A_1B_1 и C_1D_1 соответственно.

3. $ABCA_1B_1C_1$ – треугольная призма. Постройте сечение призмы плоскостью, проходящей через точки $N \in A_1B_1$; $M \in BC$ и $P \in AA_1$.

Вариант 7

1. $SABC$ − тетраэдр. Точка M принадлежит ребру CS, точка N − ребру AC, точка P − ребру CB. Постройте сечение многогранника плоскостью, проходящей через точки M, N, P.

2. Постройте сечение куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью, проходящей через точки $M \in AA_1$, $N \in B_1C_1$ и $P \in C_1D_1$.

3. Постройте сечение правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$ плоскостью, проходящей через точки $M \in SB$, $N \in SA$ и $K \in AD$.

Вариант 8

1. $SABC$ – тетраэдр. Точка M принадлежит ребру SA, точка N – ребру SB, точка P – ребру AC. Постройте сечение многогранника плоскостью, проходящей через точки M, N, P.

2. Постройте сечение куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью, проходящей через точки $M \in AA_1$, B_1 и $N \in CC_1$.

3. Постройте сечение правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$ плоскостью, проходящей через точки $M \in SB$, $N \in SC$ и $K \in CD$.

Вариант 9

1. Постройте сечение четырехугольной пирамиды $SABCD$ плоскостью, проходящей через точки $M \in SB$, $N \in SC$ и $P \in AD$.

2. Постройте сечение прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью, проходящей через точки $M \in A_1D_1$, $N \in B_1C_1$ и $P \in CD$.

3. Точки M, N и P — середины ребер B_1C_1, CC_1 и CD куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Постройте сечение куба плоскостью, проходящей через точки M, N и P, и найдите площадь полученного сечения, если ребро куба равно 4 см.

Вариант 10

1. Постройте сечение четырехугольной пирамиды $SABCD$ плоскостью, проходящей через точки $M \in SB$, $N \in SA$ и $P \in BC$.

2. Постройте сечение прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью, проходящей через точки $M \in BB_1$, $K \in C_1D_1$ и $N \in AA_1$.

3. Точки M, N и P – середины ребер A_1B_1, B_1C_1 и CC_1 куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ соответственно. Постройте сечение куба плоскостью, проходящей через точки M, N и P, и найдите площадь полученного сечения, если ребро куба равно 6 см.