Оптимизация параметров технологического процесса

После анализа двумерных сечений поверхности отклика уравнений регрессии выполняется оптимизация значений технологических параметров. Формулировка задачи оптимизации может быть различной в зависимости от преследуемой цели.

Возможны ***3 варианта***:

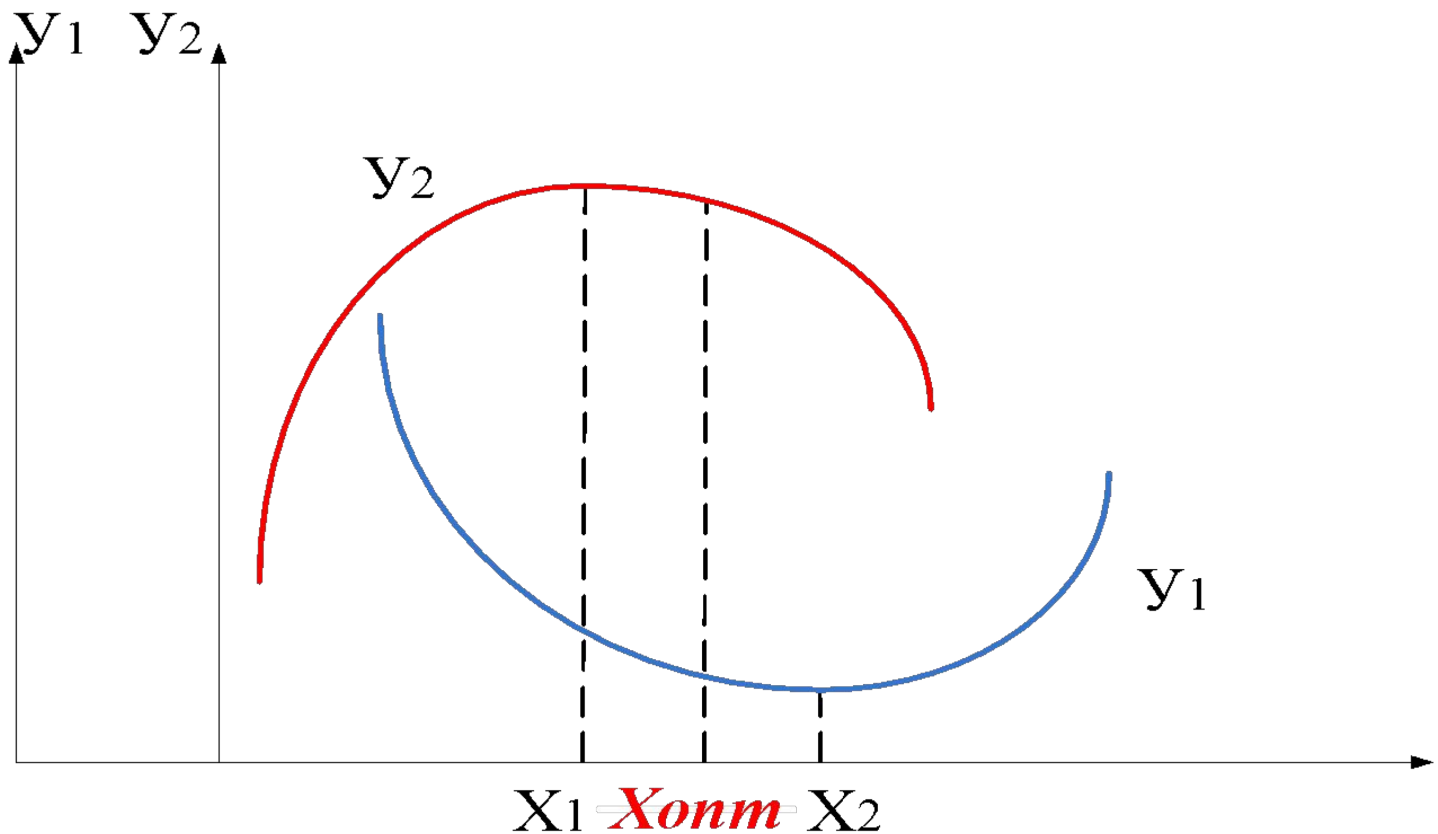
1) Целью решения задачи оптимизации является ***поиск минимального или максимального значения*** одного из критериев оптимизации. При этом на остальные критерии оптимизации накладываются ограничения в соответствии с требованиями стандартов и технических условий.

Например, *найти такое сочетание значений давления, температуры, продолжительности прессования ДСтП, при которых содержание свободного формальдегида будет минимальным, а значение прочности, водостойкости и плотности плит будут соответствовать требованиям технических условий.*

2) Целью решения задачи оптимизации является ***поиск минимального или максимального значения одного из факторов*** технологического процесса, при этом на все показатели качества накладываются ограничения в соответствии с требованиями технических условий.

Применительно к предыдущему примеру, требуется найти минимальную температуру прессования (снижение энергоемкости технологического процесса) либо минимальное время прессования (повышение производительности оборудования).

3) Целью решения задачи оптимизации является ***поиск*** таких значений факторов, которым будет соответствовать ***оптимальное сочетание*** значений критериев оптимизации. При этом критерии оптимизации необязательно будут принимать минимальное или максимальное значение. Это так называемая ***компромиссная задача оптимизации***.



Допустим нас интересует минимум показателя $\boldsymbol{У_1}$ и максимум показателя $\boldsymbol{У_2}$. В реальных технологических процессах вероятность того, что это будет достигнуто при одном и том же значении $\boldsymbol{X}$ практически равна нулю.

Необходимо найти такое компромиссное значение $\boldsymbol{X_{опт}}$, при котором в данном случае $\boldsymbol{У_2}$ имеет уже достаточно высокие значения, а $\boldsymbol{У_1}$ – уже достаточно низкие значения.

$\boldsymbol{X_{опт}}$ *– это и есть компромиссное оптимальное решение.*

Если рассматривается несколько факторов, то получают оптимальное их сочетание.

Идея к подходу решения задачи оптимизации заключается в создании ***глобального критерия оптимизации*** как функции от значений критериев оптимизации.

$$W = f(y_1, y_2, \ldots, y_j)$$

где $y_1, y_2, \ldots, y_j$ – критерии оптимизации.

Далее определяется такое сочетание факторов, которое обеспечивает *максимальное значение* глобального критерия оптимизации.

Одна из трудностей создания глобального критерия оптимизациии состоит в том, что критерии оптимизации различаются по физической сущности и измеряются в разных маштабах.

Эта трудность преодолевается путем перехода от натуральных значений выходных параметров y_j к безразмерным нормированным величинам – ***частным функциям полезности*** d_j.

$$d_j = f_j(y_j)$$

При этом $0<d_j< 1$. Переход от y_j к d_j осуществляется таким образом, чтобы ***предпочтительным значениям*** y_j ***соответствовали более высокие значения*** d_j.

Таким образом, от выражения $W = f(y_1, y_2, \ldots, y_j)$ переходим к выражению $W = f'(d_1, d_2, \ldots, d_j)$.

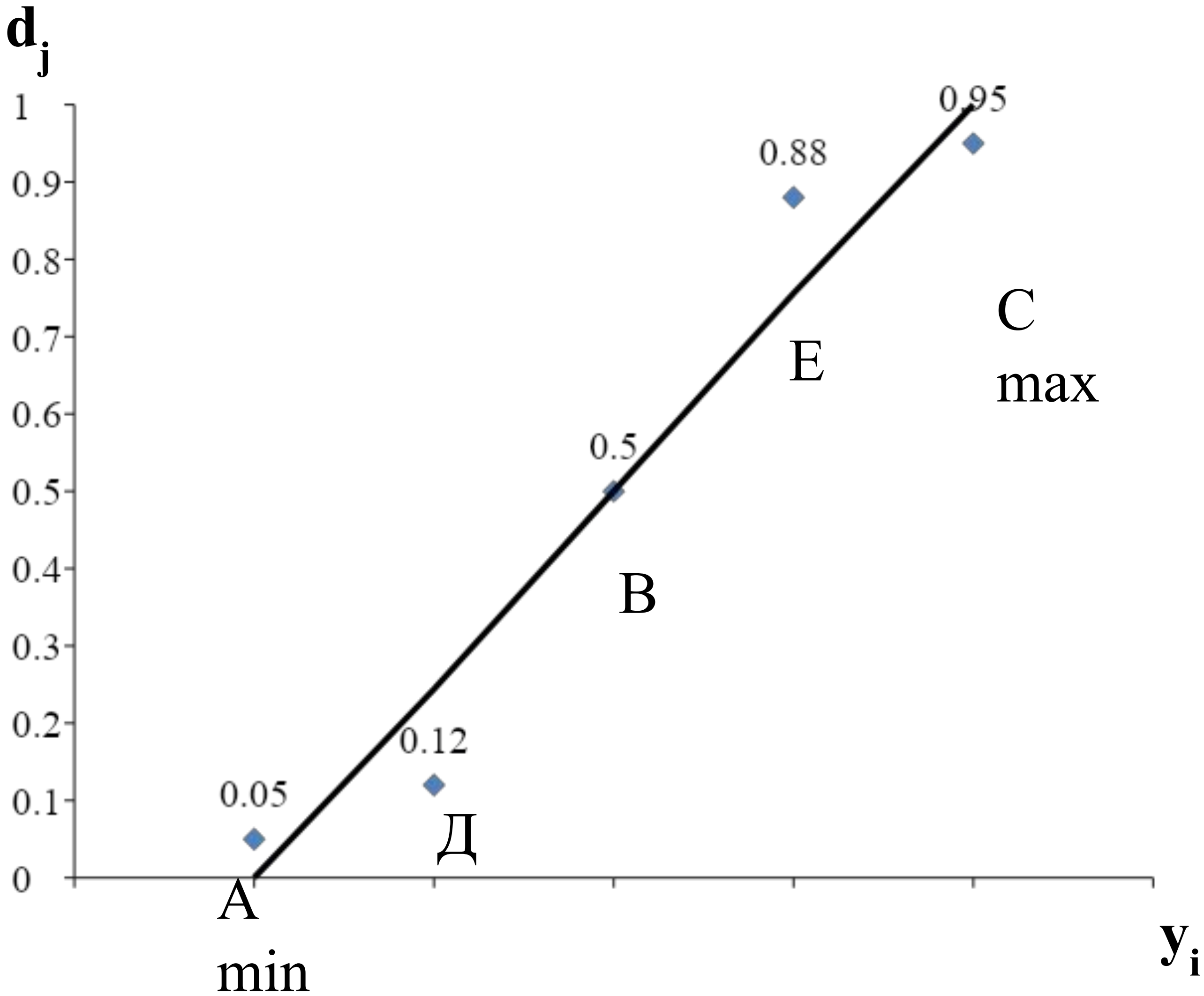
Переход от натуральных значений выходных параметров к частным функциям полезности удобно производить при помощи **графиков** – это обеспечивает наглядность в работе.

Графики функций $\boldsymbol{d_j}$ могут быть различными, в зависимости от требований к тому или иному критерию оптимизации. Выбор вида функций является компетенцией технолога.

Существуют 3 типа ограничений на критерии оптимизации:

1) На критерий оптимизации накладывается ограничение ***«не менее»***, т.е. чем больше значение критерия оптимизации, тем лучше, например, прочностные показатели.

График частной функции полезности строится следующим образом:



Из полученных экспериментальных данных выбирается *минимальное* и *максимальное* значение критерия оптимизации.

y_i	d_j
А (минимальное значение)	0,05
Д = А + 1/2 (В−А)	0,12
В (среднее значение или стандарт)	0,5
Е = В + 1/2 (С−В)	0,88
С (максимальное значение)	0,95

Значение в точке ***В*** по оси ***У*** может быть выбрано по 2-ум вариантам.

– если исследование проводится в *лабораторных условиях*, где зачастую невозможно получить продукцию промышленного качества, то за точку ***В*** принимается середина между точками ***А*** и ***С***.

– за точку **В** принимается требование стандартов (ТУ) в *промышленных условиях*.

Точка ***Д*** по оси ***У*** определяется как середина дистанции между точками ***А*** и ***В***. Соответственно точка ***Е*** – как середина дистанции между точками ***В*** и ***С***.

График имеет следующий физический смысл:

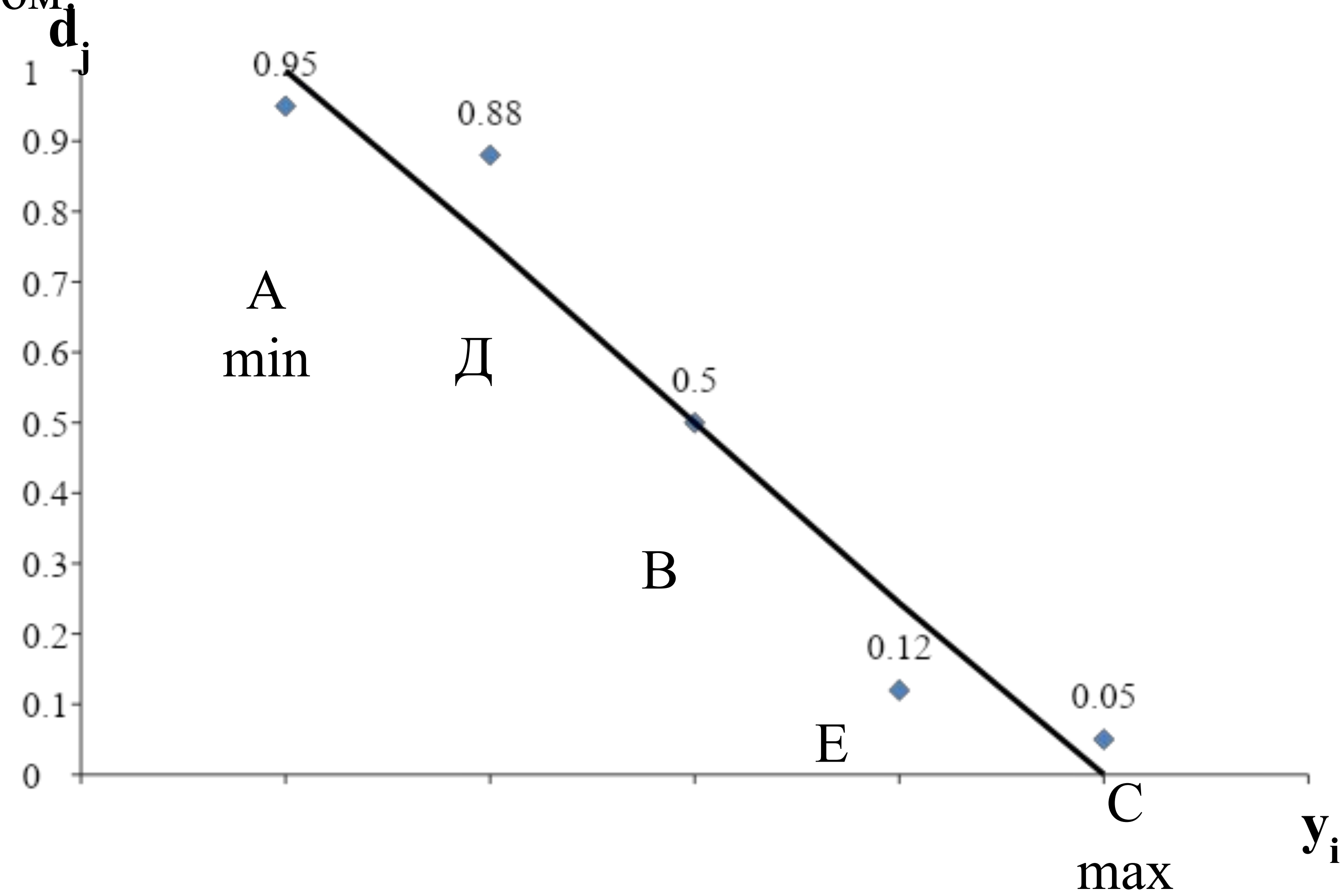
Вначале с увеличением $\mathbf{y_i}$ идет незначительное увеличение $\mathbf{d_j}$ (*участок АД*), т.е. этот участок относится к наименьшим значениям показателя качества $\mathbf{y_i}$.

Далее идет резкий рост функции – получаем приемлемые значения показателя качества, соответственно резко увеличиваются значения $\mathbf{d_j}$ (*участок ДЕ)*.

На *участке ЕС* значения частных функций полезности $\mathbf{d_j}$ увеличиваются незначительно, т.к., как правило, для любой продукции нет смысла чрезмерно завышать значения показателя качества в сравнении с требуемыми техническими условиями, поскольку это приводит к увеличению стоимости продукции и увеличению трудозатрат.

2) На критерий оптимизации накладывается ограничение ***«не более»***, т.е. чем меньше значение критерия оптимизации, тем лучше (например, содержание свободного формальдегида).

График частной функции полезности строится следующим образом:



y_i	d_j
А (минимальное значение)	0,95
Д = А + 1/2 (В−А)	0,88
В (среднее значение или стандарт)	0,5
Е = В + 1/2 (С−В)	0,12
С (максимальное значение)	0,05

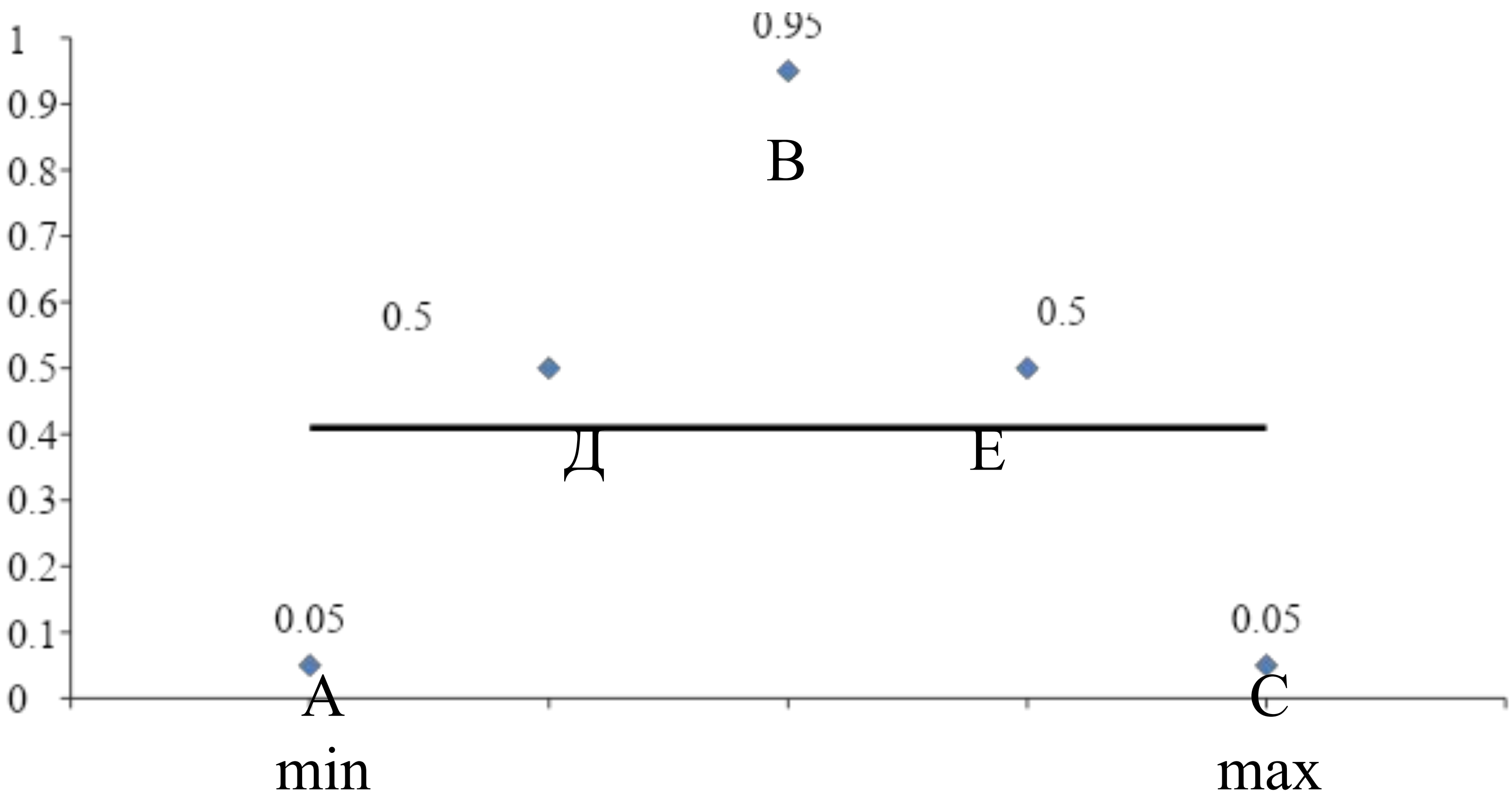
Анализ графика показывает, что наименьшему значению показателя качества $\mathbf{y_i}$ (т.е. наилучшему в данном случае) соответствует наибольшее значение частной функции полезности $\mathbf{d_j}$.

За точку **В** принимается среднее значение или требование стандартов (ТУ) в промышленных условиях.

3) На критерий оптимизации накладывается ограничение ***«не более» и «не менее»***, т.е. существуют какие-то оптимальные значения показателя качества.

Например, плотность древесных плит. При увеличении плотности плит увеличивается их прочность и срок службы, но одновременно увеличивается материалоемкость, стоимость и т. п.

График частной функции полезности строится следующим образом:



$\mathbf{y_i}$	$\mathbf{d_j}$
А (минимальное значение)	0,05
Д = А + 1/3 (В−А)	0,5
В (среднее значение или стандарт)	0,95
Е = В + 1/3 (С−В)	0,5
С (максимальное значение)	0,05

Анализ графика показывает, что значения частной функции полезности $\mathbf{d_j}$ вначале увеличивается, затем снижается. Наилучшим (оптимальным) значениям $\mathbf{y_i}$ соответствует *участок ДЕ*.

График частной функции полезности аппроксимируется уравнением

$$d_i = e^{-e^{(b_0 + b_1 y_i)}}$$

где b_0 и b_1 – коэффициенты уравнения; y_i – значение критерия оптимизации.

Для определения коэффициентов b_0 и b_1 необходимо дважды прологарифмировать приведенное уравнение.

Получаем

$$\ln\left|\ln(d)\right| = b_0 + b_1 y$$

Для вычисления коэффициентов b_0 и b_1 нужно выбрать две произвольные пары значений d и y, подставить в последнее уравнение значения y_1 и y_2 вместе с соответствующими им значениями d_1 и d_2 и решить систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} \ln|\ln(d_1)| = b_0 + b_1 y_1, \\ \ln|\ln(d_2)| = b_0 + b_1 y_2. \end{cases}$$

Обычно за значения y принимают минимальное и максимальное значения критерия оптимизации, а d_1 и d_2 – 0,05 и 0,95 в зависимости от характера накладываемого ограничения – «не более», «не менее» или «не более и не менее».

Таким образом, для расчета коэффициентов необходимо рассчитать двойной логарифм d_i (см. в л.р. №6 – *LLdi*).

В соответствии с полученными значениями частных функций полезности в каждой строке плана эксперимента рассчитываются значения глобального критерия оптимизации как среднее геометрическое значение частных функций полезности

$$W_u = \sqrt[j]{d_1 \cdot d_2 \cdot \ldots \cdot d_j}$$

Последним этапом в решении задачи оптимизации является расчет коэффициентов уравнения $W = f(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$ и определение такого сочетания факторов, при котором значение глобального критерия оптимизации будет максимальным.

Контрольные вопросы к Л.р. №6

1. Формулировка и решение задач оптимизации параметров технологического процесса.

2. Переход от натуральных значений критериев оптимизации к безразмерным частным функциям полезности с помощью графиков. Физический смысл графиков.

3. Определение коэффициентов частных функций полезности.

4. Расчет глобального критерия оптимизации. Расчет коэффициентов уравнения $W = f(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$, используя функцию *ЛИНЕЙН*.

5. Определение сочетания факторов, обеспечивающих максимальное значение глобального критерия оптимизации. Поиск решения.

6. Проанализировать влияние каждого критерия оптимизации на значения частной функции полезности.