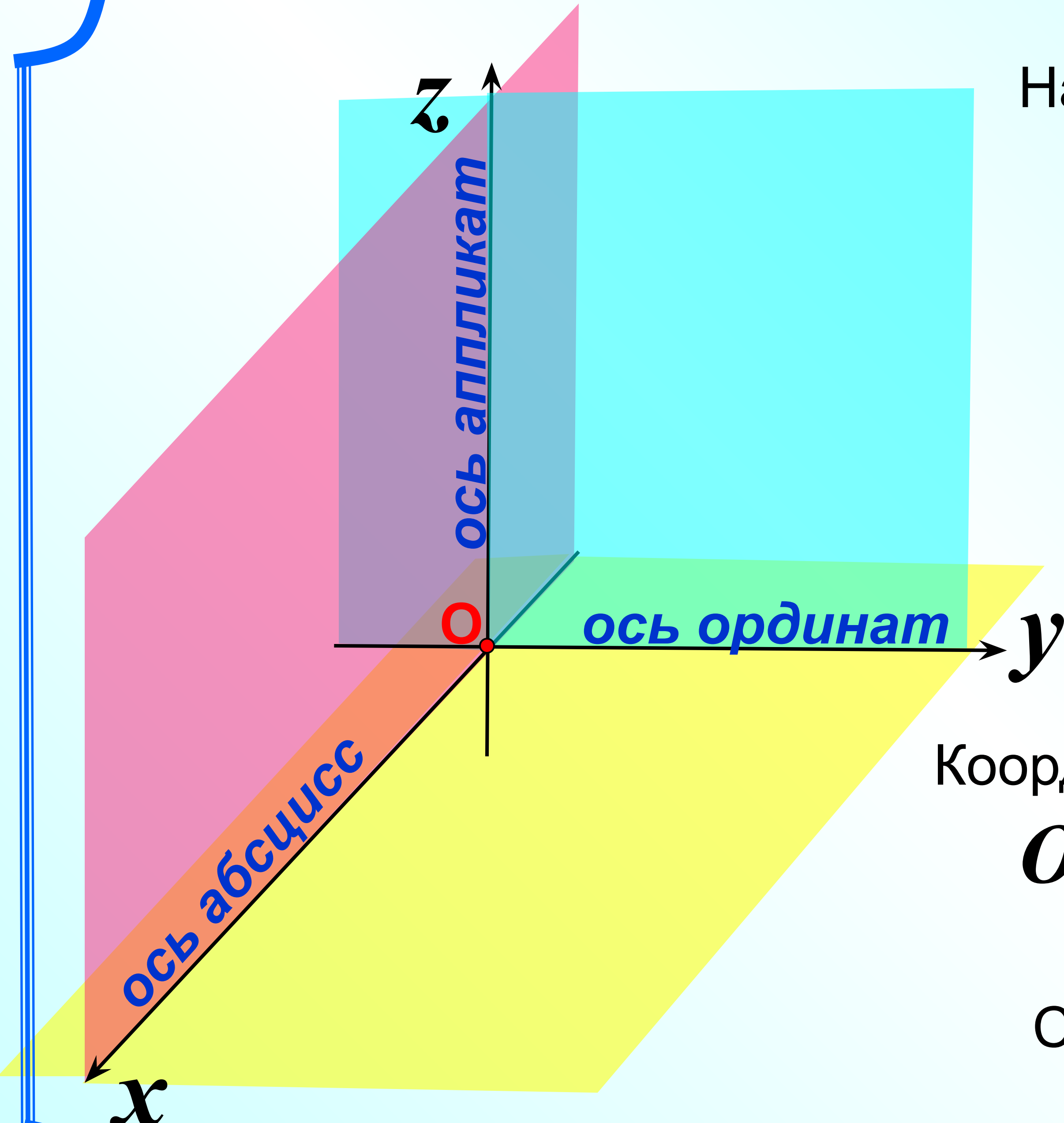
Прямоугольная система координат



Начало координат -

точка O

Оси координат -

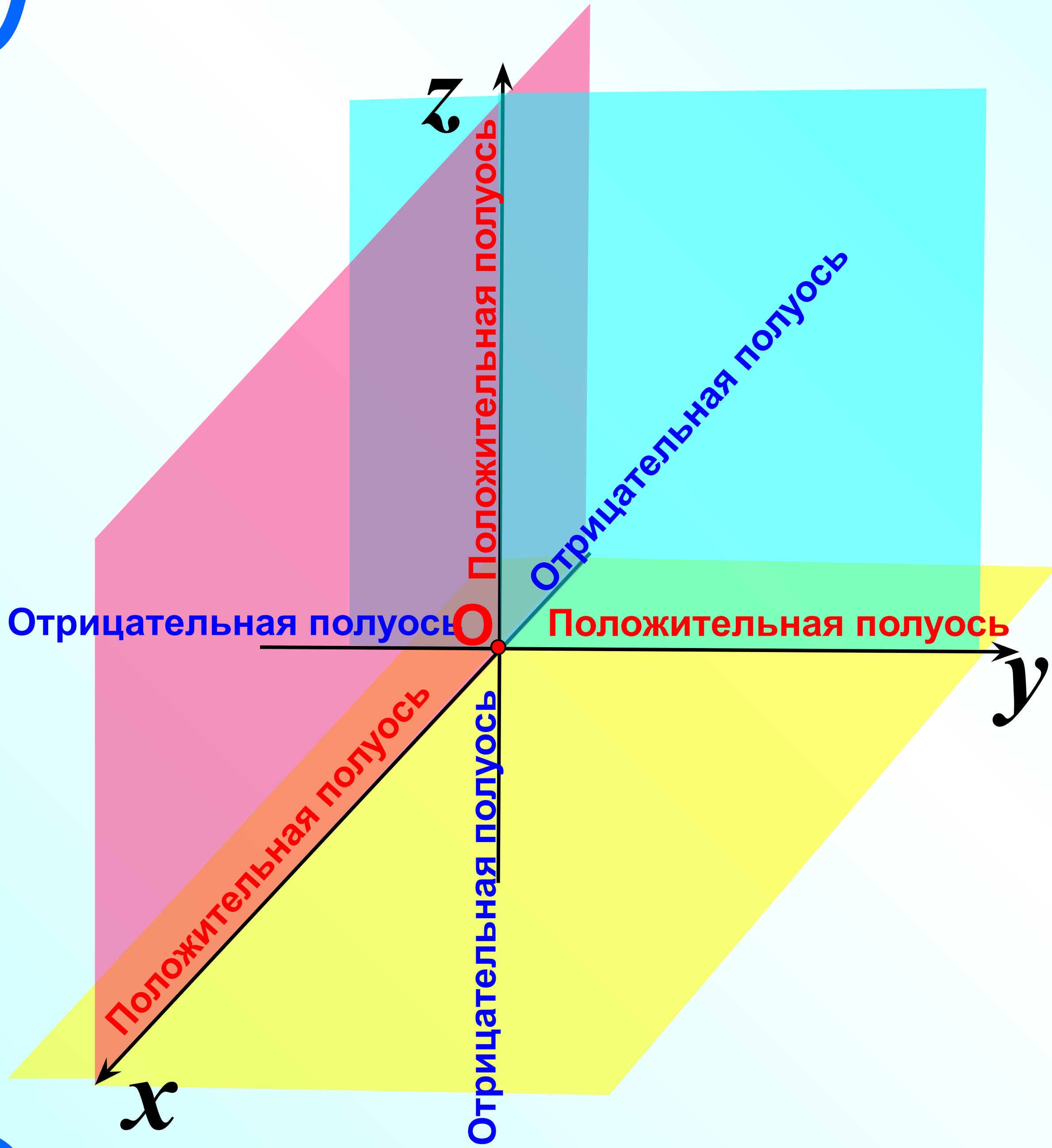
Ox, Oy, Oz

Координатные плоскости

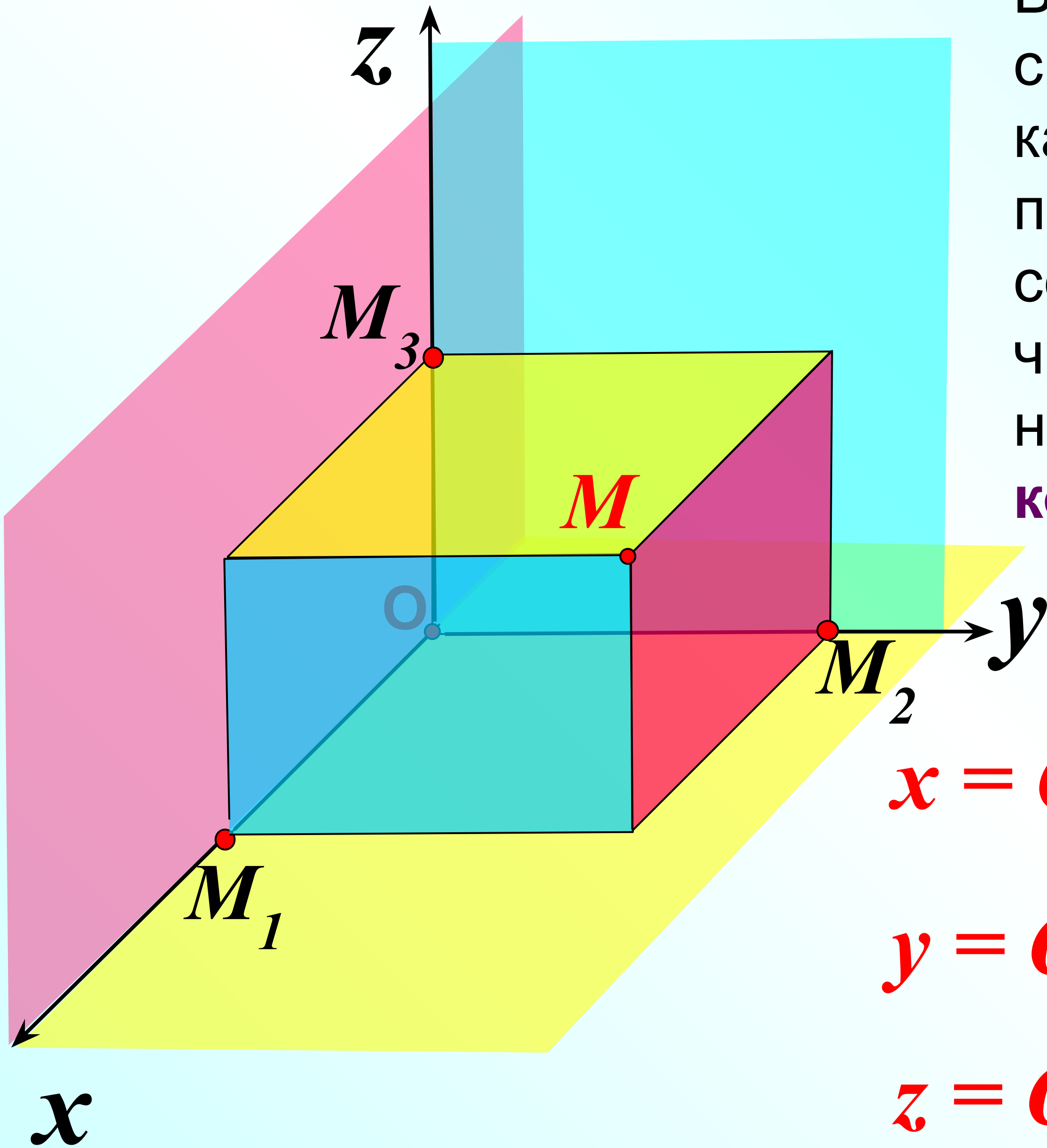
Oxy, Oyz, Ozx

Система координат

$Oxyz$



Луч, направление которого совпадает с направлением оси, называется **положительной полуосью**, а другой луч – **отрицательной полуосью**



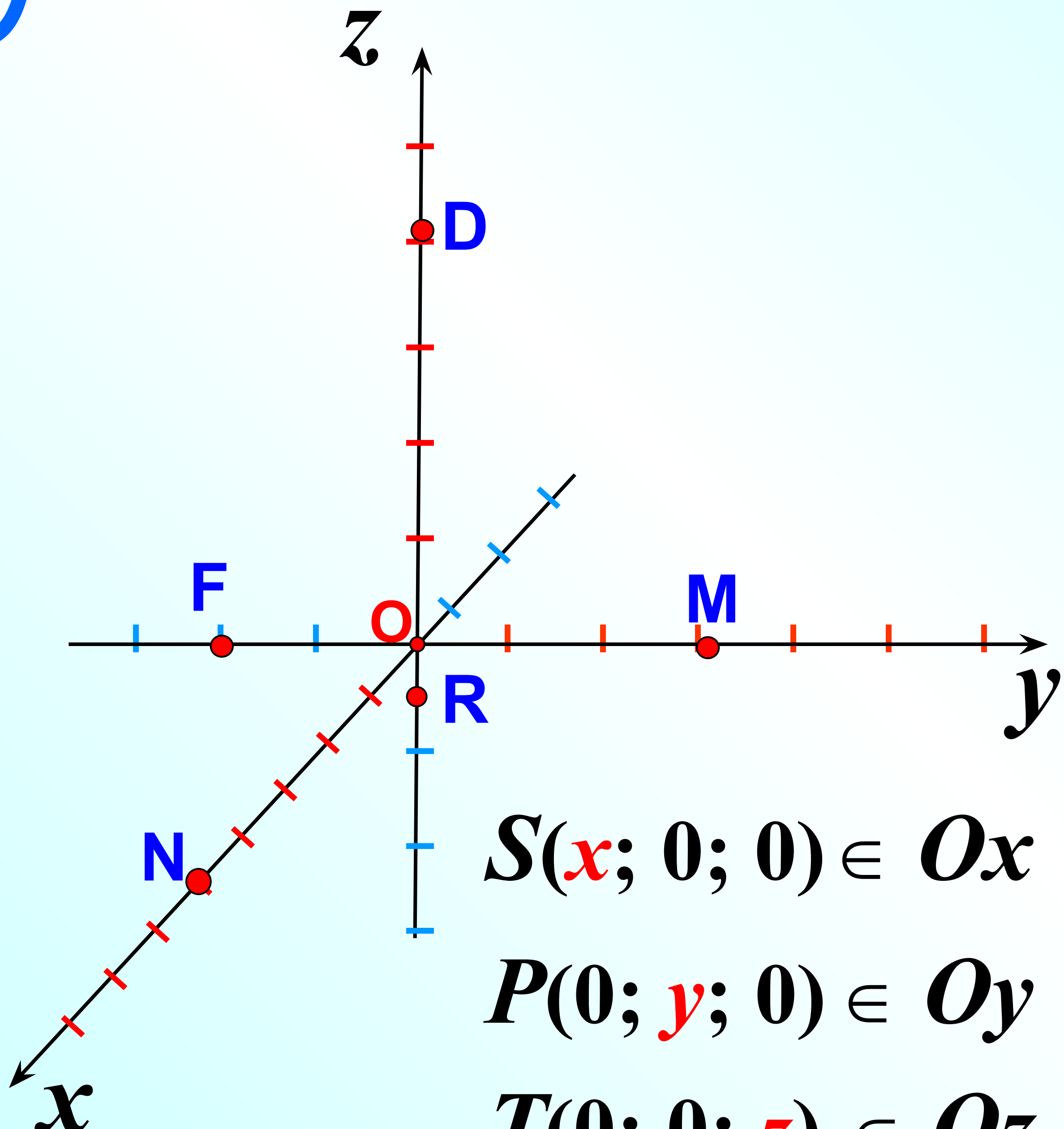
В прямоугольной системе координат каждой точке М пространства сопоставляется тройка чисел, которые называются **координатами точки**

$M\ (x;\ y;\ z)$

$x = OM_1$ абсцисса

$y = OM_2$ ордината

$z = OM_3$ аппликата



$O\ (0;\ 0;\ 0)$

$N\ (5;\ 0;\ 0)$

$F\ (0;\ -2;\ 0)$

$D(0;\ 0;\ 4)$

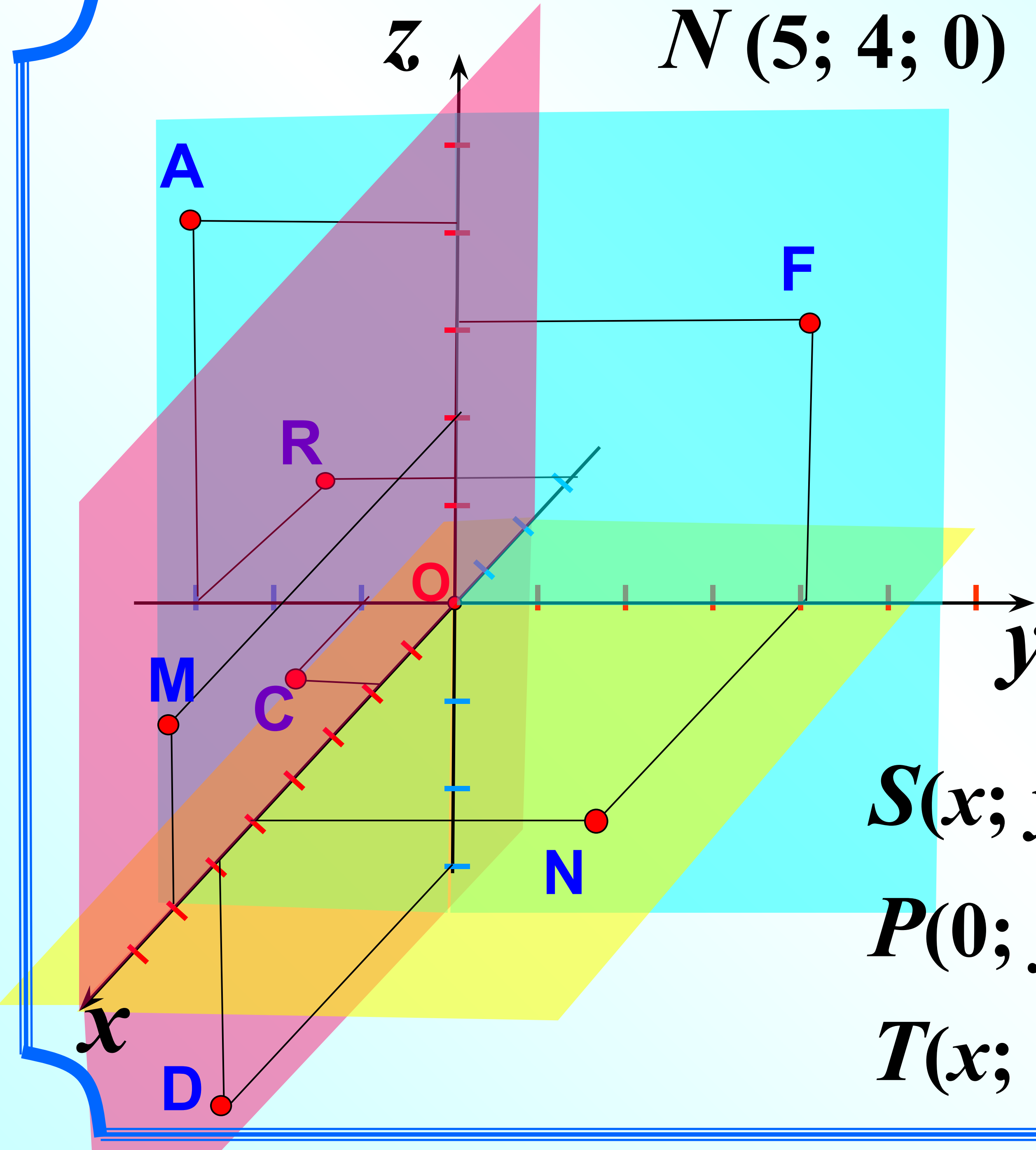
$R(0;\ 0;\ -0,5)$

$M(0;\ 3;\ 0)$

$S(x;\ 0;\ 0) \in Ox$

$P(0;\ y;\ 0) \in Oy$

$T(0;\ 0;\ z) \in Oz$



$N\,(5;\,4;\,0)$

$C\,(2;-1;\,0)$

$R\,(-3;\,-3;\,0)$

$F(0;\,4;\,3)$

$A(0;\,-3;\,4)$

$M(7;\,0;\,2)$

$D(6;\,0;-3)$

$S(x;\,y;\,0) \in Oxy$

$P(0;\,y;\,z) \in Oyz$

$T(x;\,0;\,z) \in Oxz$

Точка лежит

На оси

$Ox\ (x;\ 0;\ 0)$

$Oy\ (0;\ y;\ 0)$

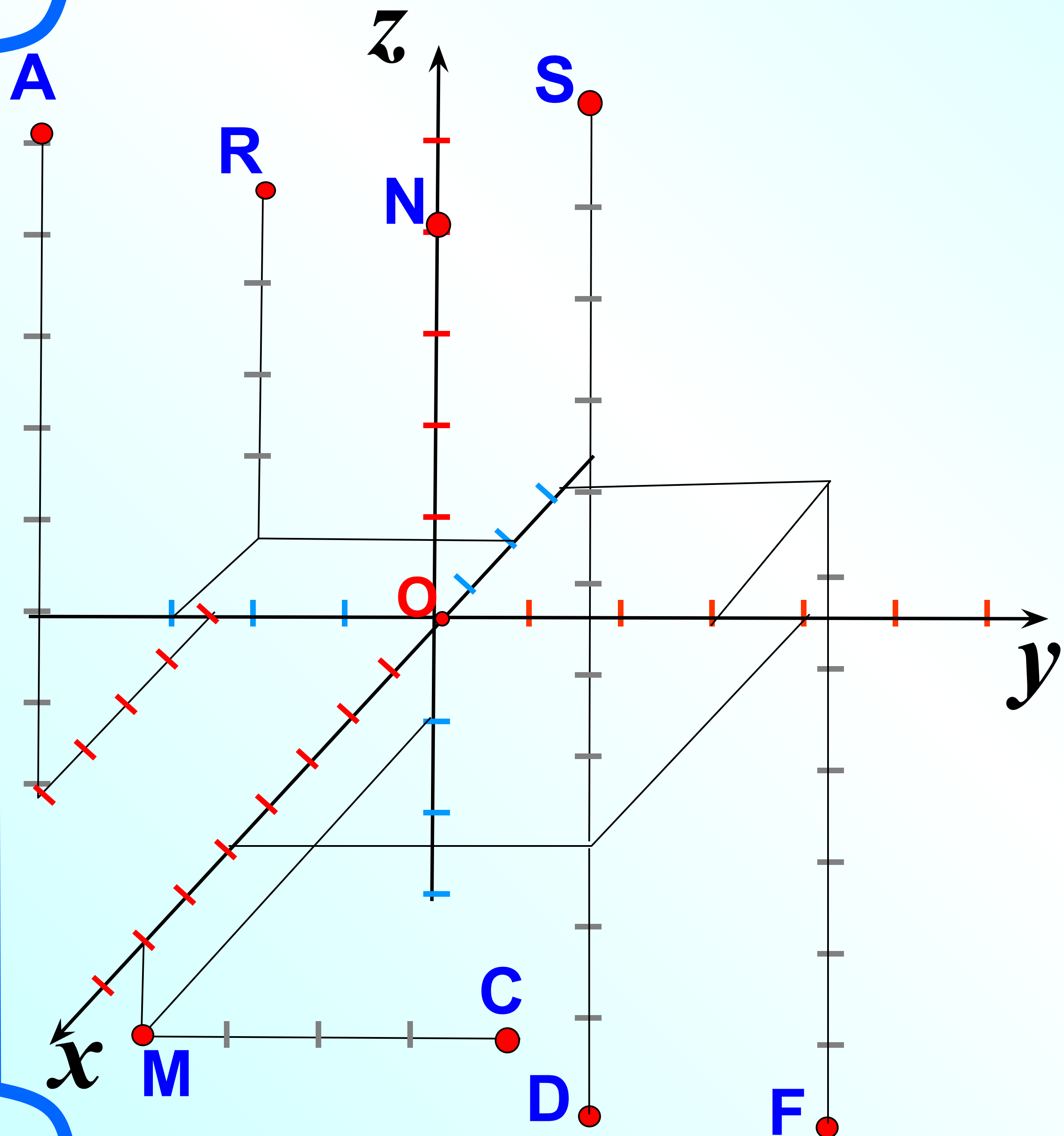
$Oz\ (0;\ 0;\ z)$

В координатной плоскости

$Oxy\ (x;\ y;\ 0)$

$Oyz\ (0;\ y;\ z)$

$Oxz\ (x;\ 0;\ z)$



$A\,(4;-2{,}5;\ 7)$

$S\,(5;\ 4;\ 8)$

$D\,(5;\ 4;-3)$

$F(-3;\ 3;-7)$

$N(0;\ 0;\ 4)$

$R(-2;-3;\ 4)$

$M(7;\ 0;-1)$

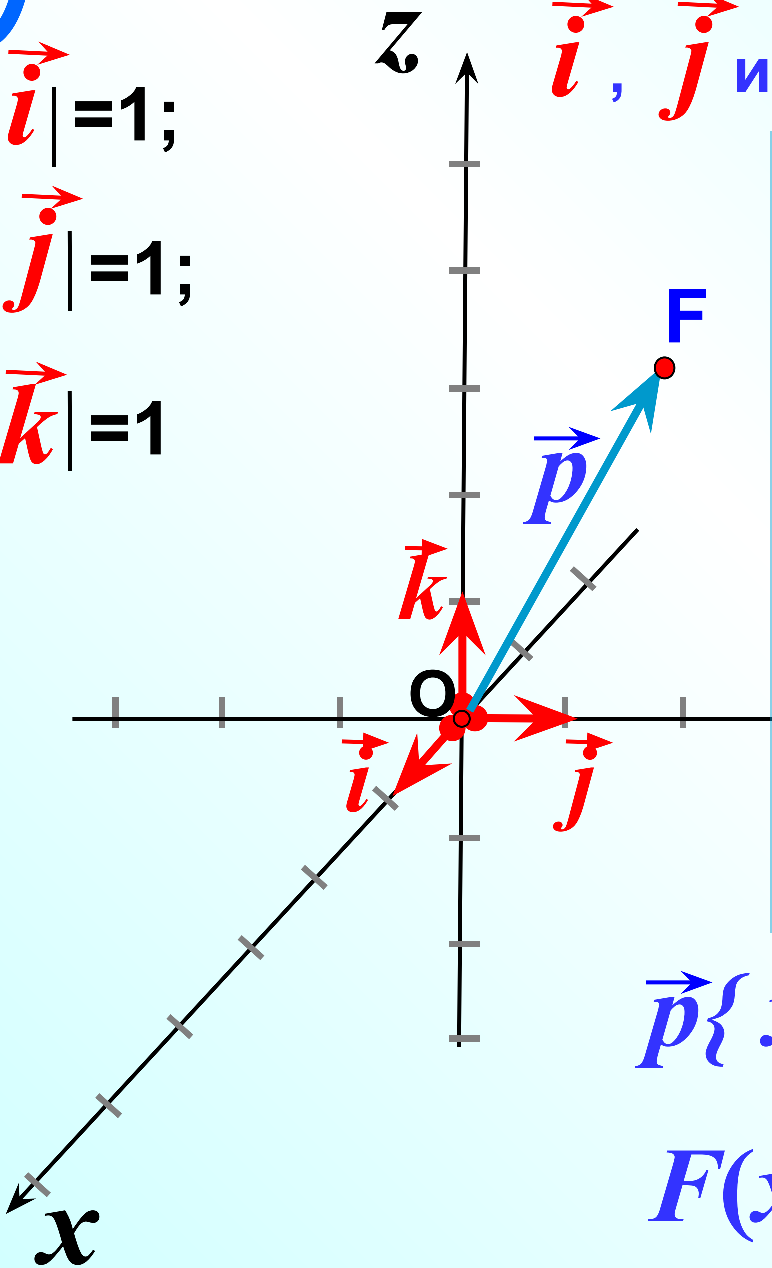
$C(7;\ 4;-1)$

$\vec{i}$, $\vec{j}$ и $\vec{k}$ – координатные векторы

$|\vec{i}|=1;$

$|\vec{j}|=1;$

$|\vec{k}|=1$



Координатные векторы не компланарны. Поэтому любой вектор можно разложить по координатным векторам, т.е. представить в виде

$$\vec{p} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

причем коэффициенты разложения определяются единственным образом.

$\vec{p}\{x; y; z\}$ координаты вектора

$F(x; y; z)$

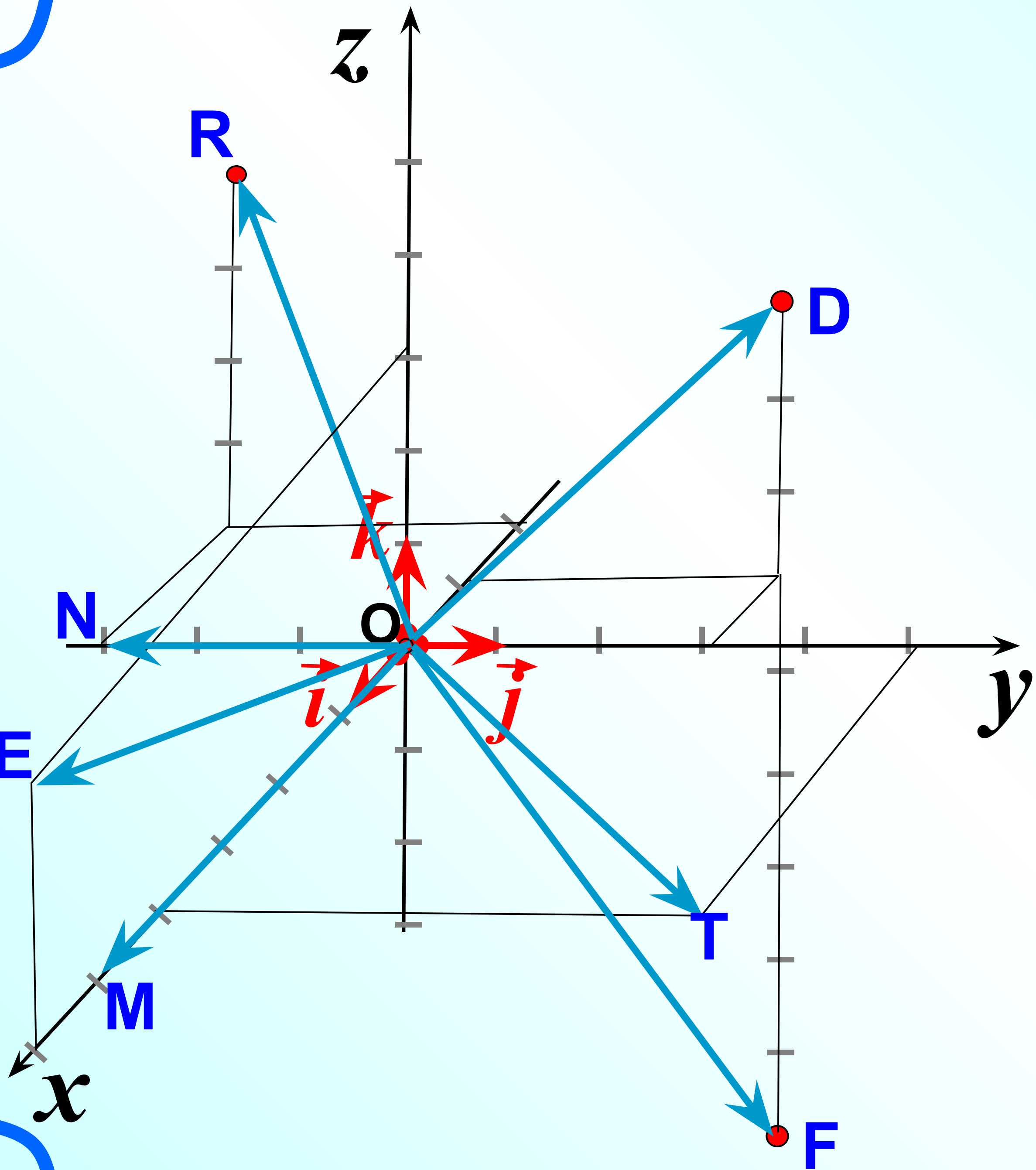
Вектор, начало которого совпадает с началом координат – радиус-вектор.

Координаты радиус-вектора совпадают с координатами конца вектора.

$S(4;\ 5;\ 8)$

$\vec{p}\ \{4;\ 5;\ 8\}$

$\vec{p} = 4\vec{i} + 5\vec{j} + 8\vec{k}$



$\overrightarrow{OT}\ \{4;\ 5;\ 0\}$

$\overrightarrow{OD}\ \{-1;\ 3;\ 3\}$

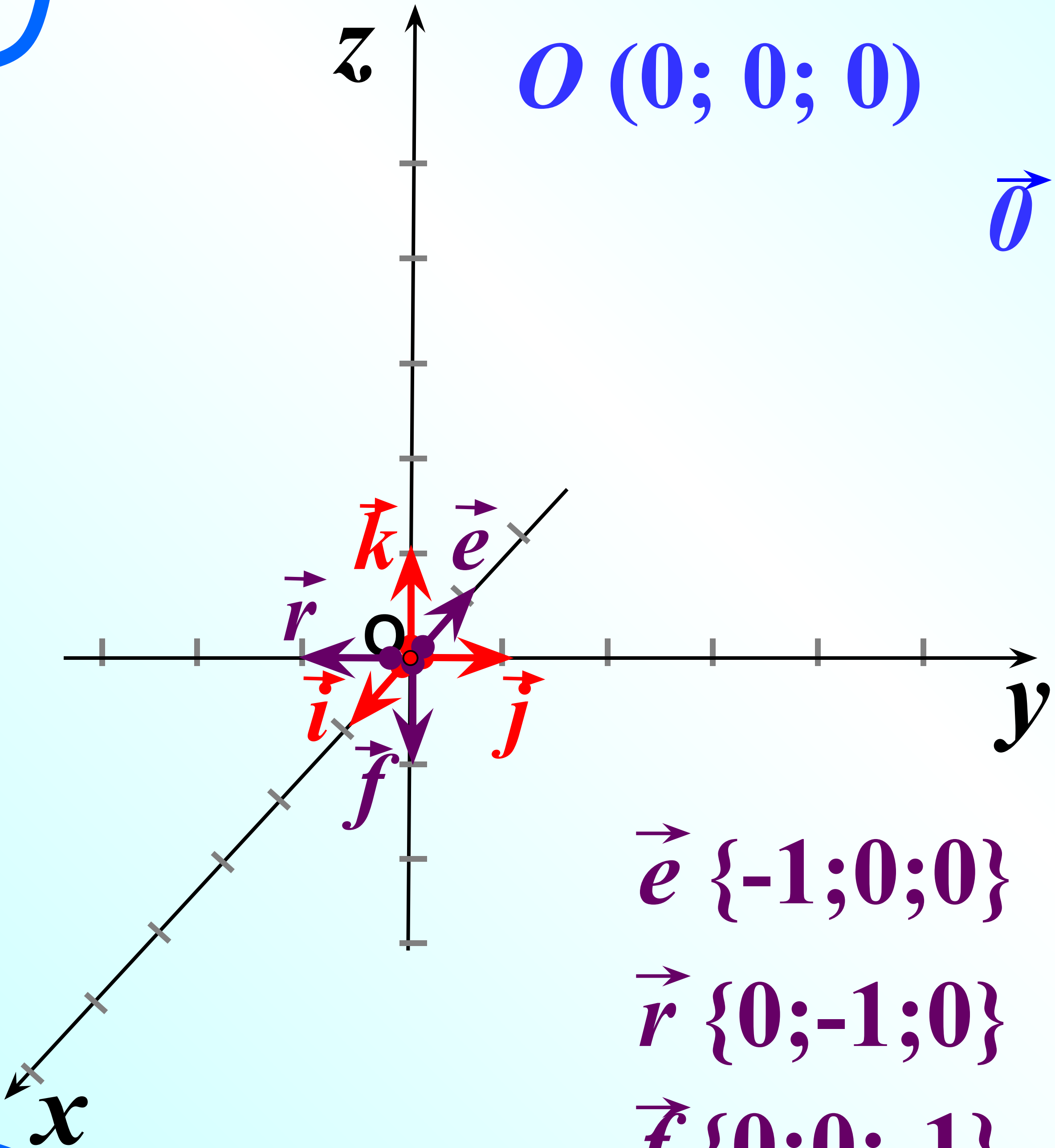
$\overrightarrow{OF}\ \{-1;\ 3;-6\}$

$\overrightarrow{OM}\ \{5;\ 0;\ 0\}$

$\overrightarrow{OE}\ \{6;\ 0;\ 3\}$

$\overrightarrow{ON}\ \{0;\ -3;\ 0\}$

$\overrightarrow{OR}\ \{-2;\ -3;\ 4\}$



$O\ (0;\ 0;\ 0)$

$\vec{0}\ \{0;0;0\}$

$\vec{0} = 0\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k}$

$\vec{i}\ \{1;0;0\}$

$\vec{j}\ \{0;1;0\}$

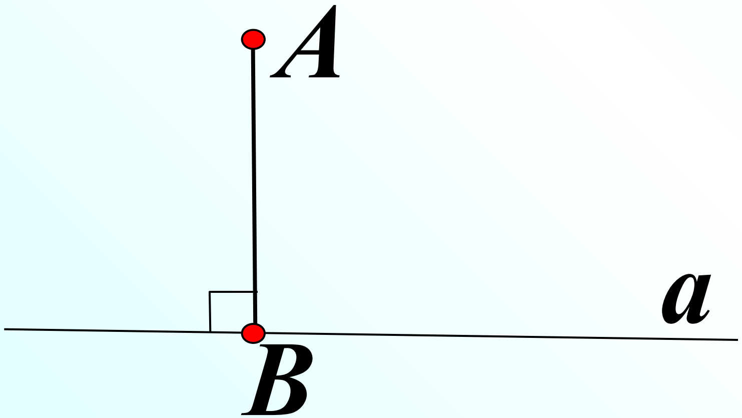
$\vec{k}\ \{0;0;1\}$

$\vec{e}\ \{-1;0;0\}$ $\quad \vec{e} = -\vec{i}$

$\vec{r}\ \{0;-1;0\}$ $\quad \vec{r} = -\vec{j}$

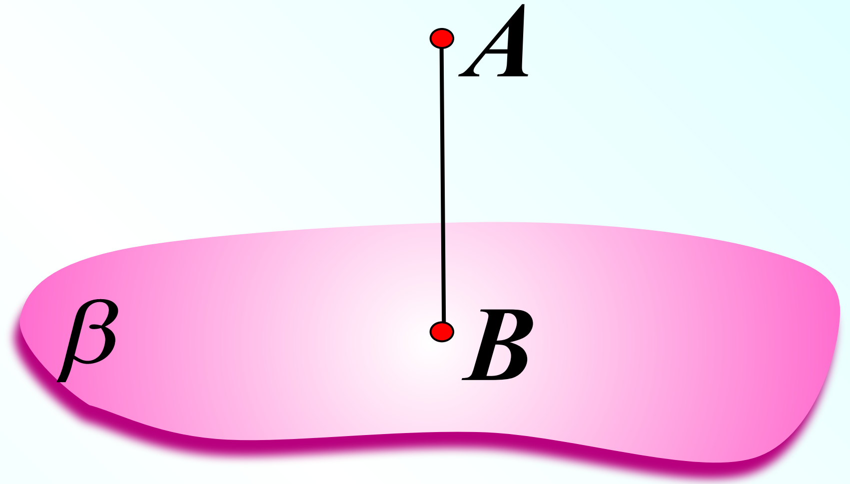
$\vec{f}\ \{0;0;-1\}$ $\quad \vec{f} = -\vec{k}$

$AB \perp a$



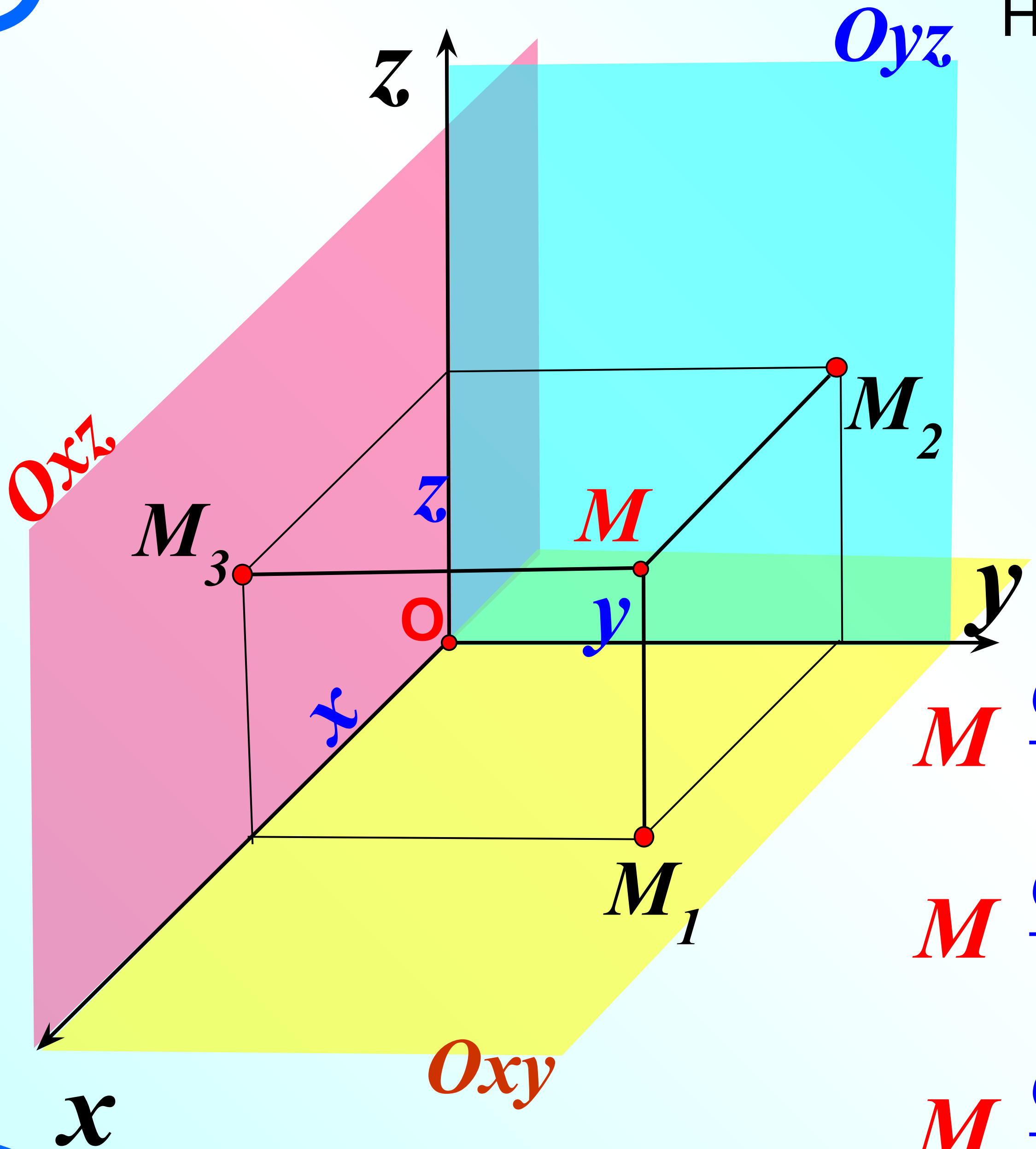
Перпендикуляр на прямую

$AB \perp \beta$



Перпендикуляр на плоскость

Найти проекции точки М на координатные плоскости.



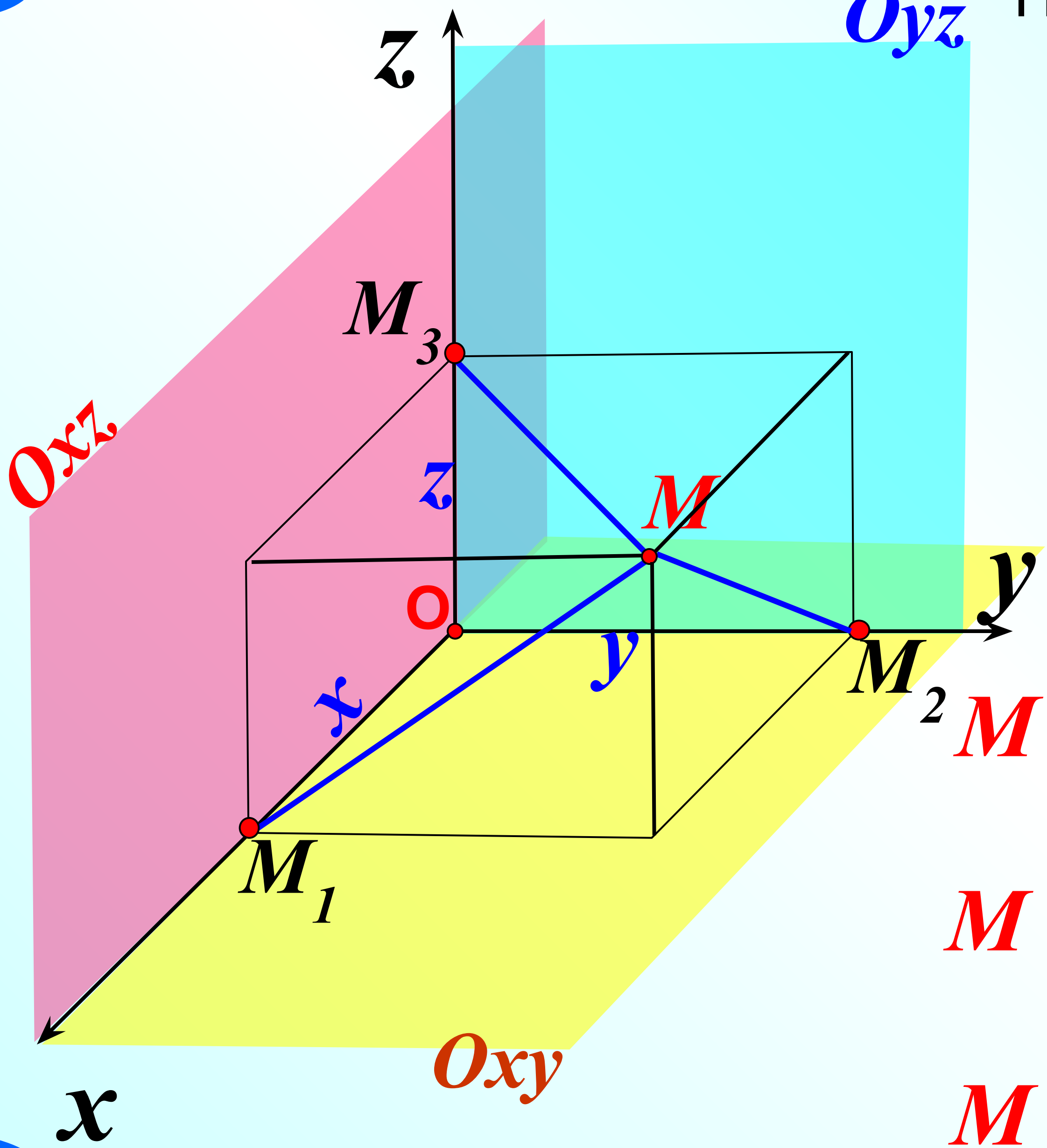
$M(x; y; z)$

$M \xrightarrow{Oxy} M_1\,(x; y; 0)$

$M \xrightarrow{Oyz} M_2\,(0; y; z)$

$M \xrightarrow{Oxz} M_3\,(x; 0; z)$

Найти проекции точки М на оси координат.

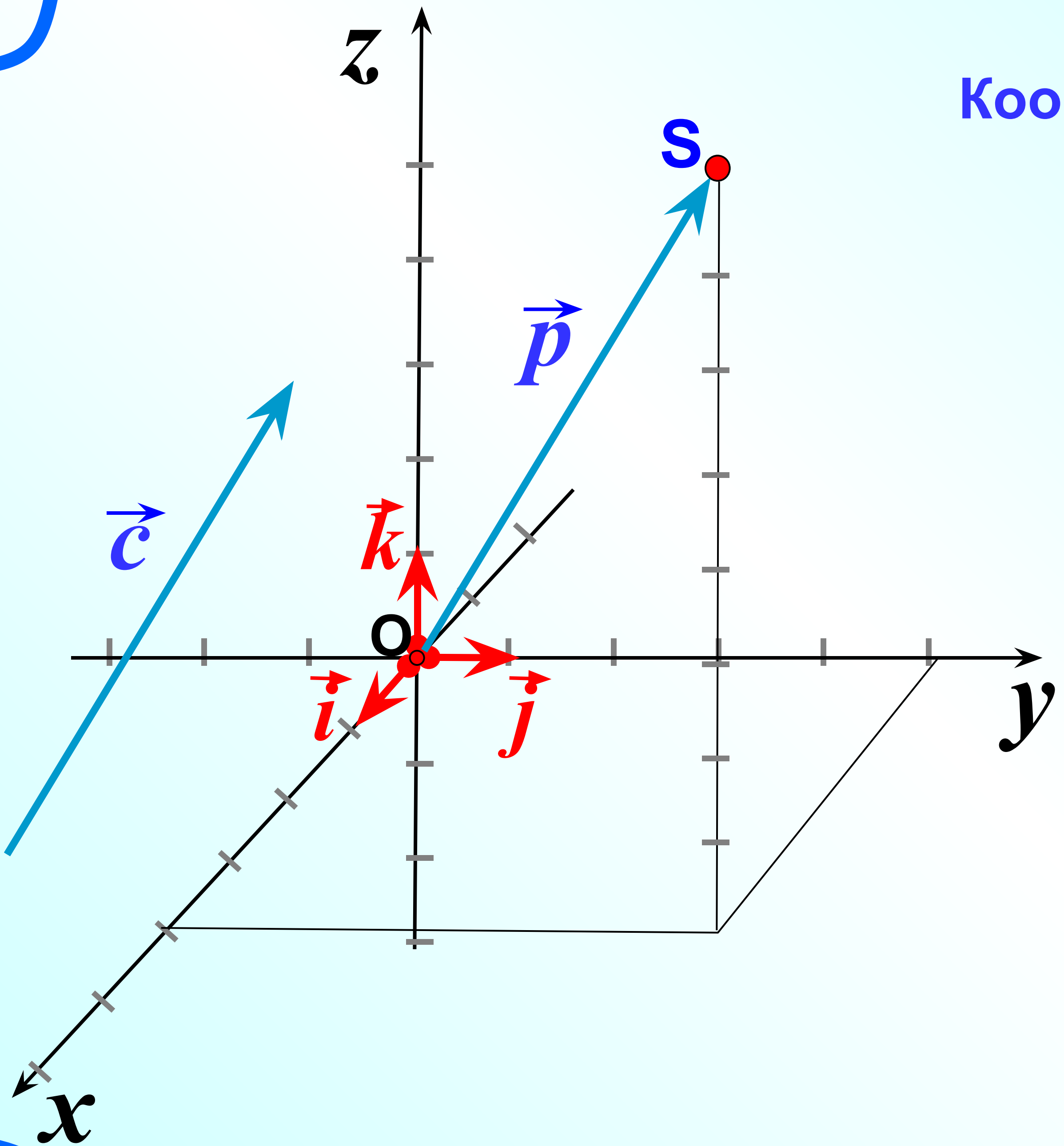


$M(x; y; z)$

$M \xrightarrow{Ox} M_1\,(x; 0; 0)$

$M \xrightarrow{Oy} M_2\,(0; y; 0)$

$M \xrightarrow{Oz} M_3\,(0; 0; z)$

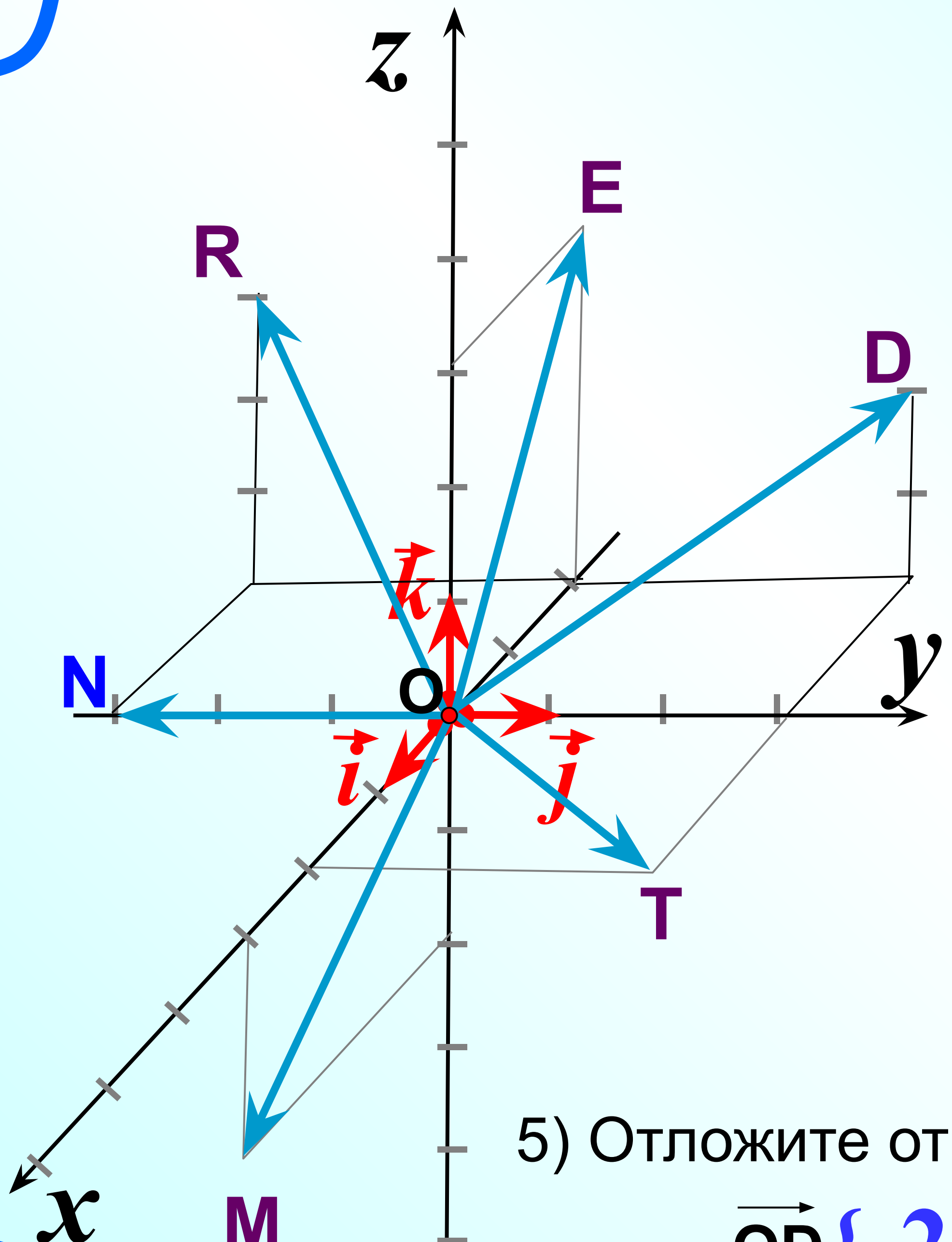


Координаты равных векторов равны.

$$\vec{c} = \vec{p}$$

$$\vec{p}\ \{4;\ 5;\ 8\}$$

$$\vec{c}\ \{4;\ 5;\ 8\}$$



1) Какой из данных векторов равен вектору

$\overrightarrow{OM} = 3\vec{i} - 2\vec{k}$

2) Напишите разложение вектора $\overrightarrow{OE} = -2\vec{i} + 3\vec{k}$ по координатным векторам $\vec{i}$, $\vec{j}$ и $\vec{k}$

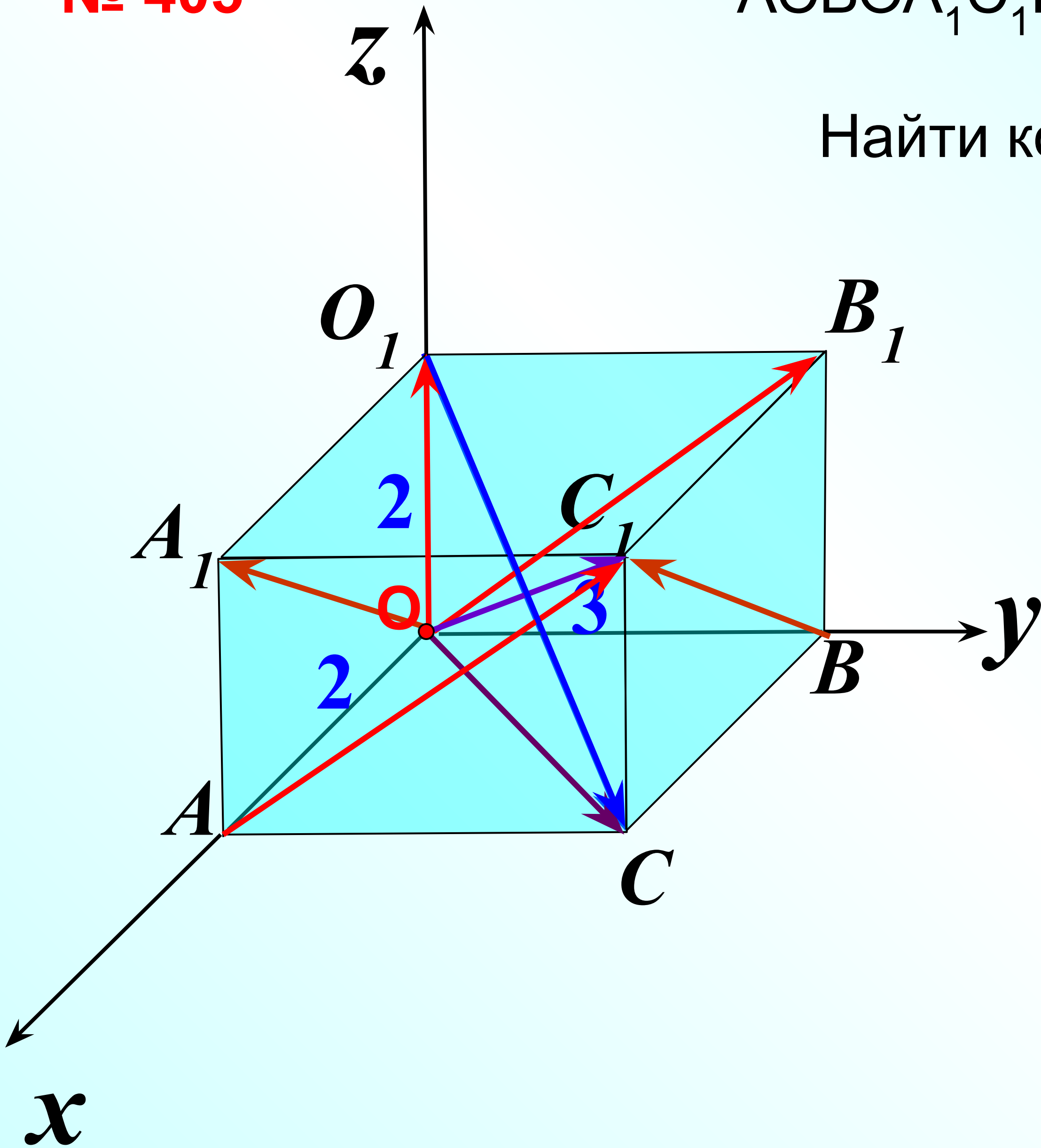
3) Найдите координаты вектора $\overrightarrow{OR}\{-2; -3; 3\}$

4) Какой вектор имеет координаты $\overrightarrow{OT}\{2; 3; 0\}$

5) Отложите от т.О вектор с координатами $\overrightarrow{OD}\{-2; 3; 2\}$

№ 405

$ACBOA_1C_1B_1O_1$ прямоугольный параллелепипед. Найти координаты векторов



$\overrightarrow{OA_1}$ {2; 0; 2}

$\overrightarrow{OB_1}$ {0; 3; 2}

$\overrightarrow{OO_1}$ {0; 0; 2}

$\overrightarrow{OC}$ {2; 3; 0}

$\overrightarrow{OC_1}$ {2; 3; 2}

$\overrightarrow{BC_1}$

$\overrightarrow{AC_1}$

$\overrightarrow{O_1C}$ {2; 3; -2}

Координаты вектора	Разложение вектора по координатным векторам
$\vec{a}\,\{-6;\ 9;\ 5\}$	? $\vec{a} = -6\vec{i}+9\vec{j}+5\vec{k}$
$\vec{n}\,\{-8;\ 0;\ 1\}$	? $\vec{n} = -8\vec{i}+\vec{k}$
$\vec{c}\,\{0;\ -7;\ 0\}$	? $\vec{c} = -7\vec{j}$
$\vec{m}\{4;\ 0;\ 0\}$	? $\vec{m} = 4\vec{i}$
? $\vec{r}\,\{-5; -8;\ 3\}$	$\vec{r} = -5\vec{i} - 8\vec{j} + 3\vec{k}$
? $\vec{s}\,\{-7;\ 1;\ 0\}$	$\vec{s} = -7\vec{i} + \vec{j}$
? $\vec{e}\,\{0; 3;\ 21\}$	$\vec{e} = 3\vec{j} + 21\vec{k}$
? $\vec{q}\,\{0;\ 0;\ 2\}$	$\vec{q} = 2\vec{k}$

Координаты вектора	Разложение вектора по координатным векторам
$\vec{a}\ \{-6;\ 9;\ 5\}$	
$\vec{n}\ \{-8;\ 0;\ 1\}$	
$\vec{c}\ \{0;\ -7;\ 0\}$	
$\vec{m}\{4;\ 0;\ 0\}$	
	$\vec{r} = -5\vec{i} - 8\vec{j} + 3\vec{k}$
	$\vec{s} = -7\vec{i} + \vec{j}$
	$\vec{e} = 3\vec{j} + 21\vec{k}$
	$\vec{q} = 2\vec{k}$

1^0

Каждая координата суммы двух или более векторов равна сумме соответствующих координат этих векторов.

Рассмотрим векторы

$\vec{a}\{x_1; y_1; z_1\}$ $\quad\quad \vec{a} = x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k}$

$\vec{b}\{x_2; y_2; z_2\}$ $\quad\quad \vec{b} = x_2\vec{i} + y_2\vec{j} + z_2\vec{k}$

$$\vec{a}+\vec{b} = \quad\quad + \quad\quad =$$

$$= (x_1+x_2)\vec{i} + (y_1+y_2)\vec{j} + (z_1+z_2)\vec{k}$$

$$\vec{a}+\vec{b}\,\{x_1+x_2;\ y_1+y_2;\ z_1+z_2\}$$

Даны векторы $\vec{a}\{3; -5; 2\}$, $\vec{b}\{0; 7; -1\}$,

№ 407

$\vec{c}\{\frac{2}{3}; 0; 0\}$, $\vec{d}\{-2,7; 3,1; 0,5\}$

Найдите

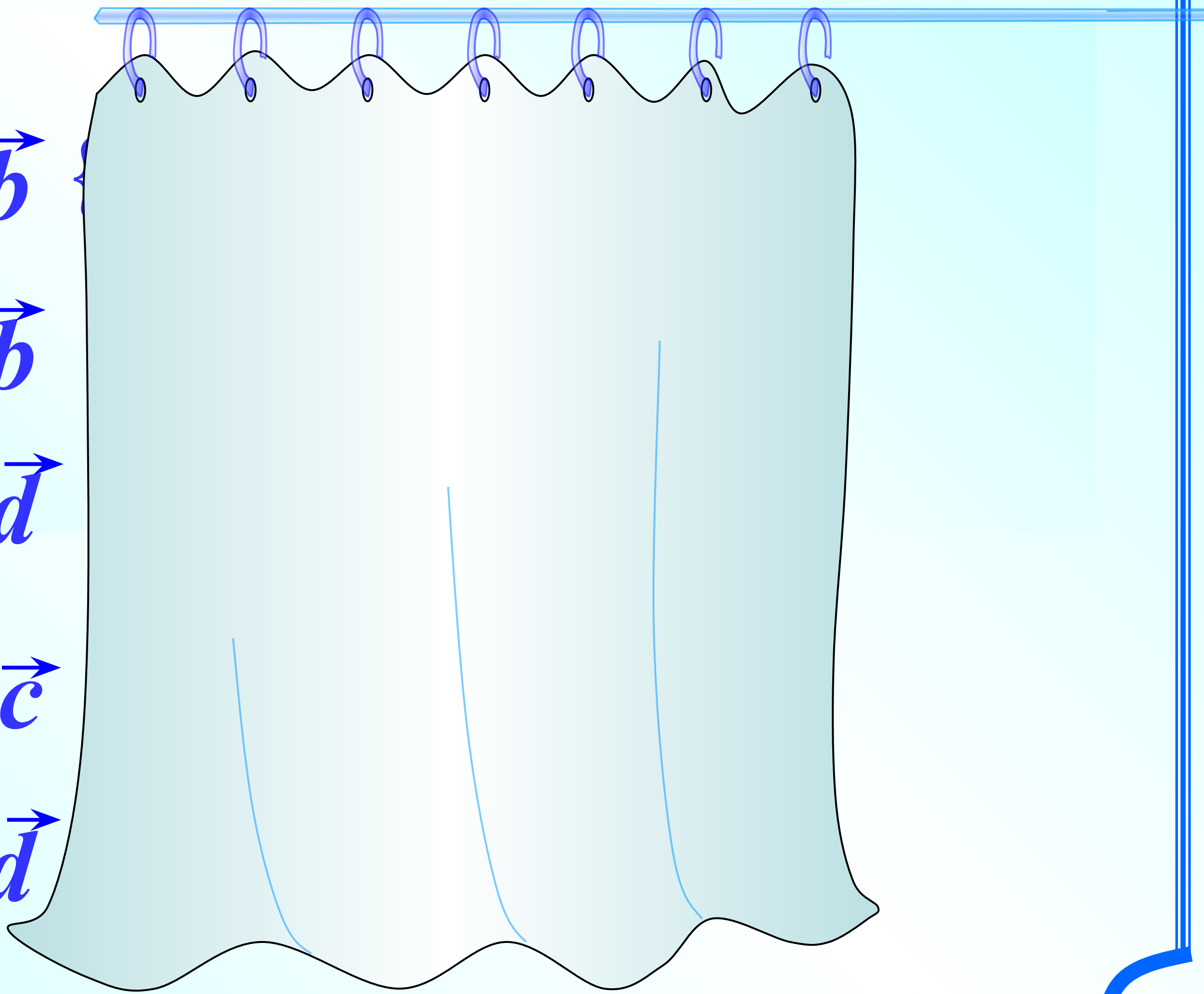
$\vec{c}+\vec{b}$

$\vec{d}+\vec{b}$

$\vec{a}+\vec{d}$

$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$

$\vec{a}+\vec{b}+\vec{d}$



2
0

Каждая координата разности двух векторов равна разности соответствующих координат этих векторов.

Рассмотрим векторы

$\vec{a}\,\{x_1; y_1; z_1\}$ $\quad \vec{a} = x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k}$

$\vec{b}\,\{x_2; y_2; z_2\}$ $\quad \vec{b} = x_2\vec{i} + y_2\vec{j} + z_2\vec{k}$

$\vec{a} - \vec{b} = \qquad - (\qquad) =$

$= (x_1 - x_2)\vec{i} + (y_1 - y_2)\vec{j} + (z_1 - z_2)\vec{k}$

$\vec{a} - \vec{b}\,\{x_1 - x_2;\ y_1 - y_2;\ z_1 - z_2\}$

30

Каждая координата произведения вектора на число равна произведению соответствующей координаты вектора на это число.

Рассмотрим вектор $\vec{a}\,\{x;\ y;\ z\}$

$$\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \;\Big/ \cdot k$$

$$k\vec{a} = kx\vec{i} + ky\vec{j} + kz\vec{k} \;\Rightarrow$$

$$k\vec{a}\,\{kx;\ ky;\ kz\}$$

$$\vec{a}\,\{-2;\ 1;0\} \;\Big/ \cdot 3$$

$$3\vec{a}\,\{-6;\ 3;\ 0\}$$

$$\vec{a}\,\{-2;\ 0;\ 3\} \;\Big/ \cdot(-2)$$

$$-2\vec{a}\,\{4;\ 0;-6\}$$

$$\vec{a}\,\{-2;\ 5;-3\} \;\Big/ \cdot(-1)$$

$$-\vec{a}\,\{2;\ -5;\ 3\}$$

Найдите координаты вектора $\vec{a} - \vec{b}$

$\vec{a}\{-6; 9;1\}$ $\vec{b}\{-8;12;-3\}$

1 способ

2 способ

$-$

$\vec{a} - \vec{b}\{2;-3; 4\}$

$\cdot(-1)$

$+$

$-\vec{b}\{8;-12;3\}$

$\vec{a} - \vec{b}\{2;-3; 4\}$

№409 Найдите координаты вектора $\vec{a} - \vec{b}$, если

1) $\vec{a}\,\{5;-1;\ 1\}$; $\vec{b}\,\{-2;1;\ 0\}$

№410

Даны векторы

$\vec{a}\{-1; 2; 0\}$ $\vec{b}\{0;-5;-2\}$ $\vec{c}\{2; 1;-3\}$

Найдите координаты вектора $\vec{p} = 3\vec{b} - 2\vec{a} + \vec{c}$

1) $\cdot 3$

$3\vec{b}\{0;-15;-6\}$

2) $\cdot(-2)$

$-2\vec{a}\{2;-4; 0\}$

3)

$+$

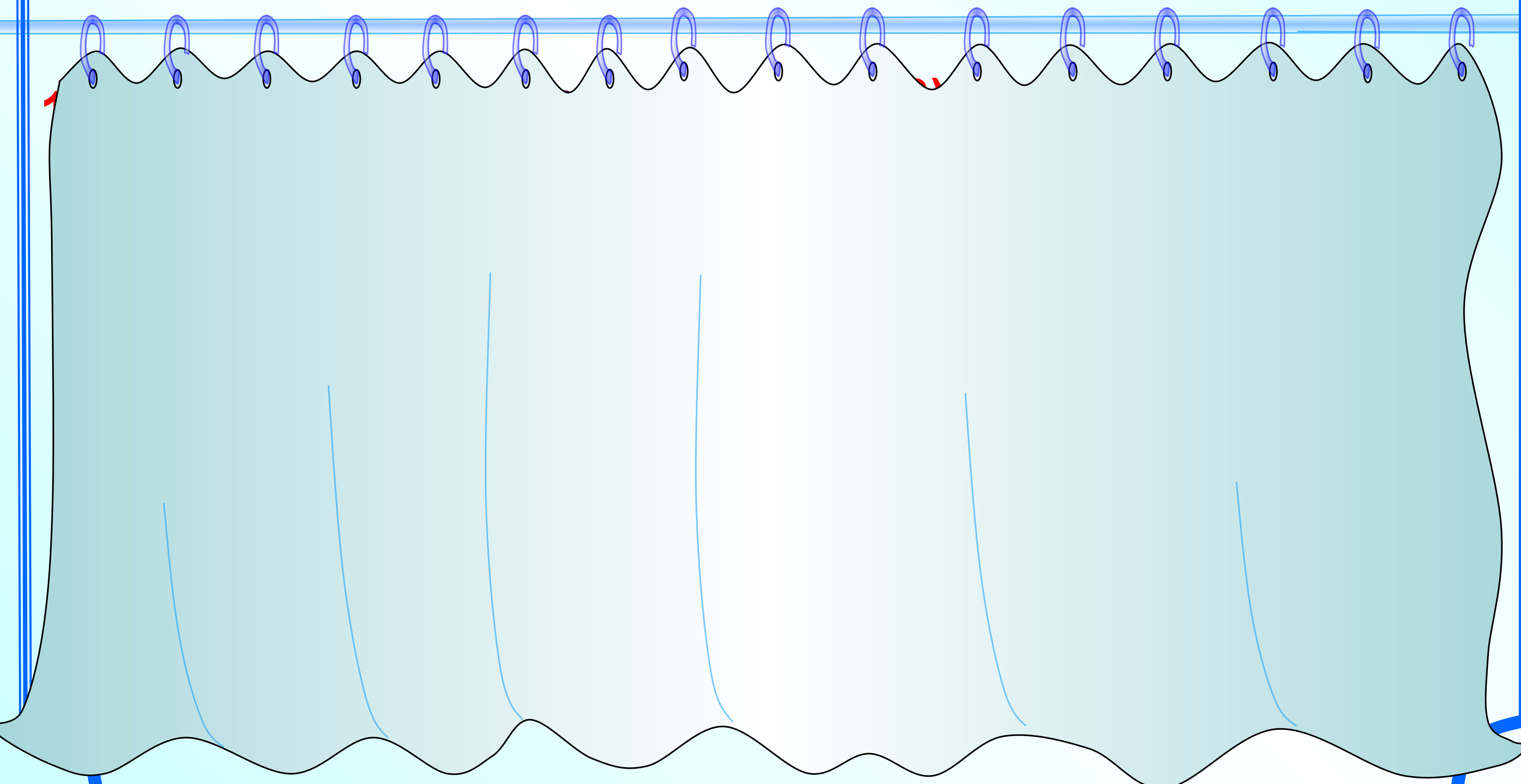
$3\vec{b} - 2\vec{a} + \vec{c}\{4;-18;-9\}$

№410

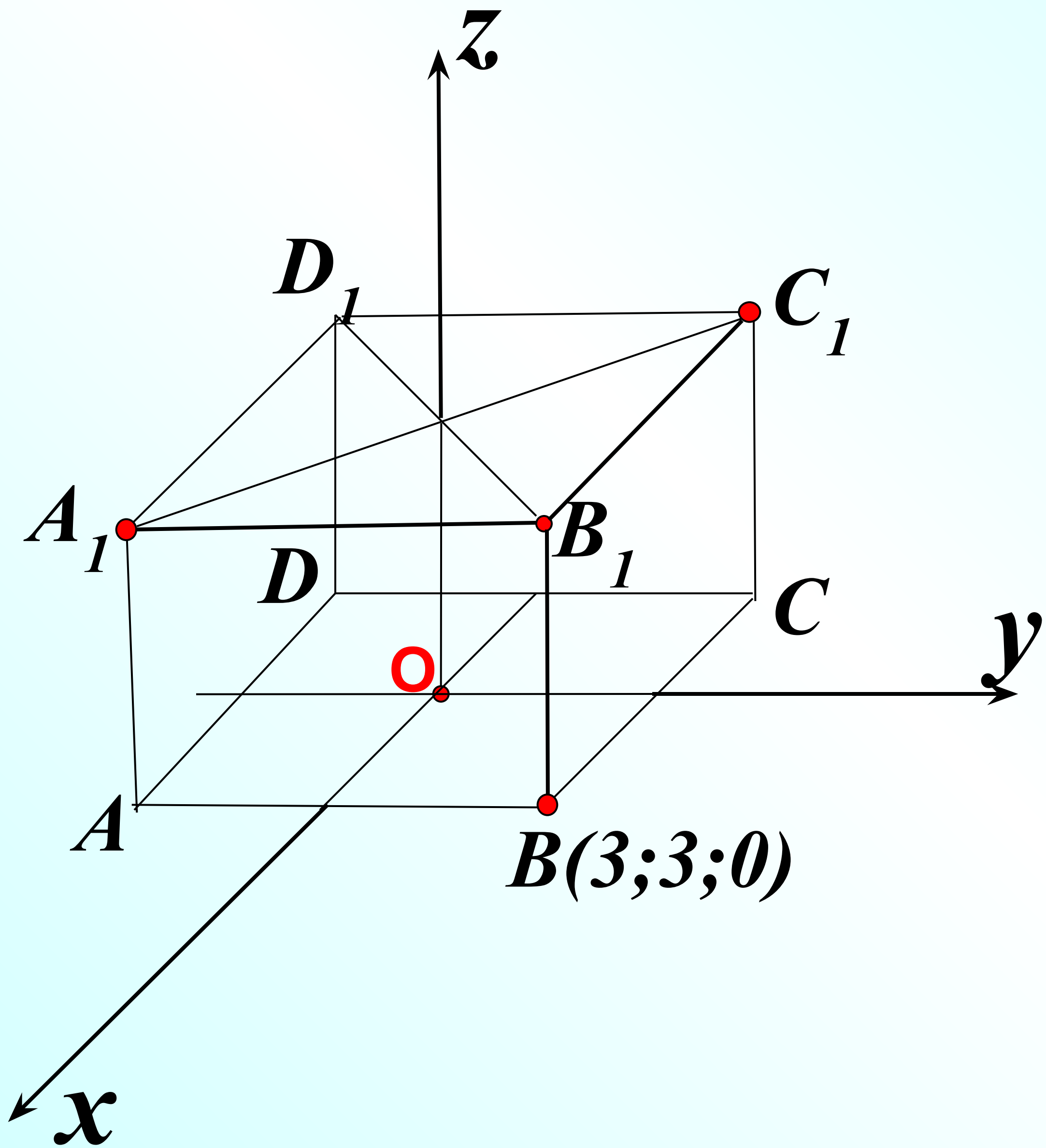
Даны векторы

$\vec{a}\,\{-1;\ 2;\ 0\}$ $\quad\vec{b}\,\{0;-5;-2\}$ $\quad\vec{c}\,\{2;\ 1;-3\}$

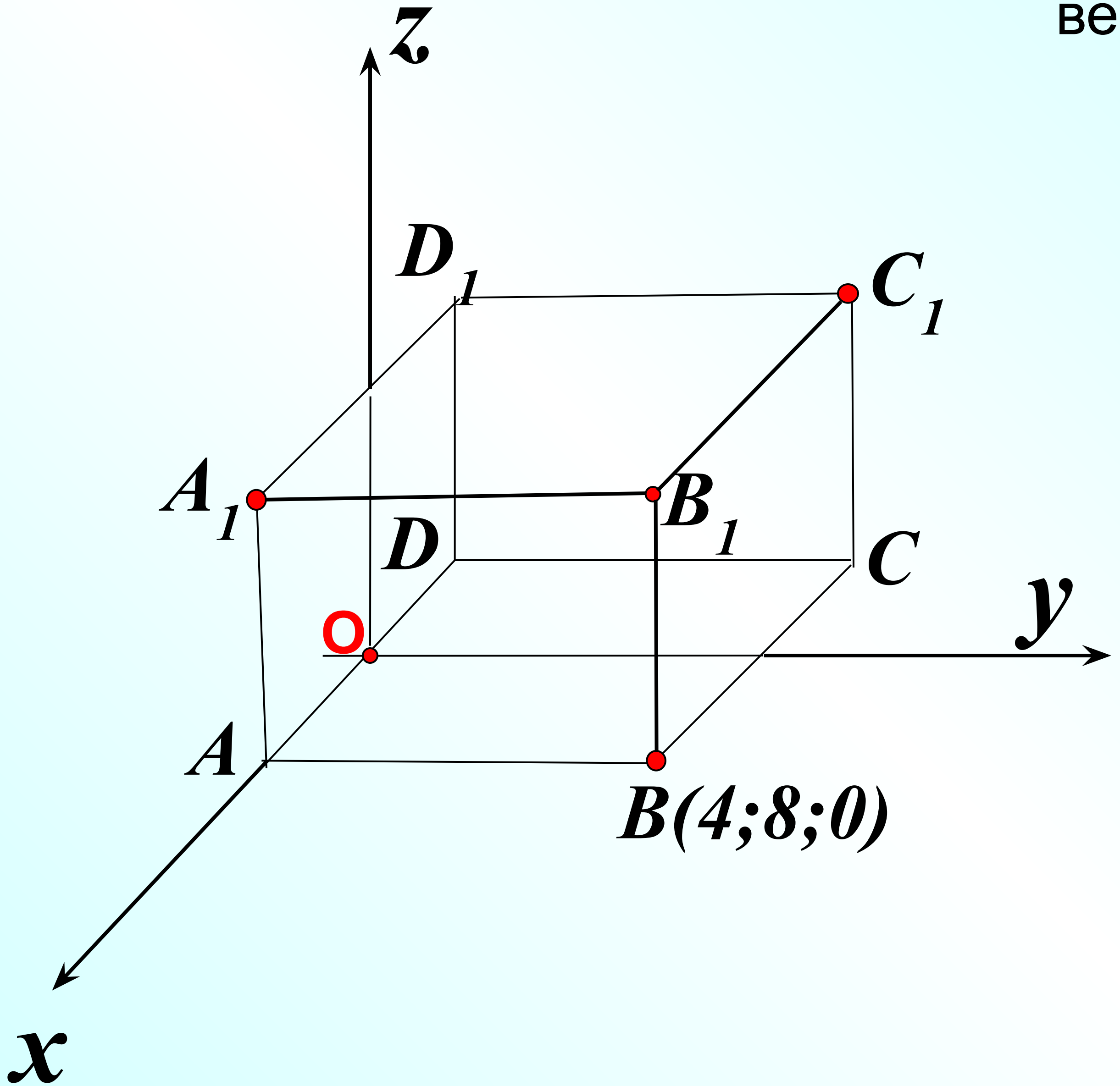
Найдите координаты вектора $\vec{q} = 3\vec{c} - 2\vec{b} + \vec{a}$



Найдите координаты остальных вершин куба.



Найдите координаты остальных вершин куба.



№408 Найдите координаты векторов

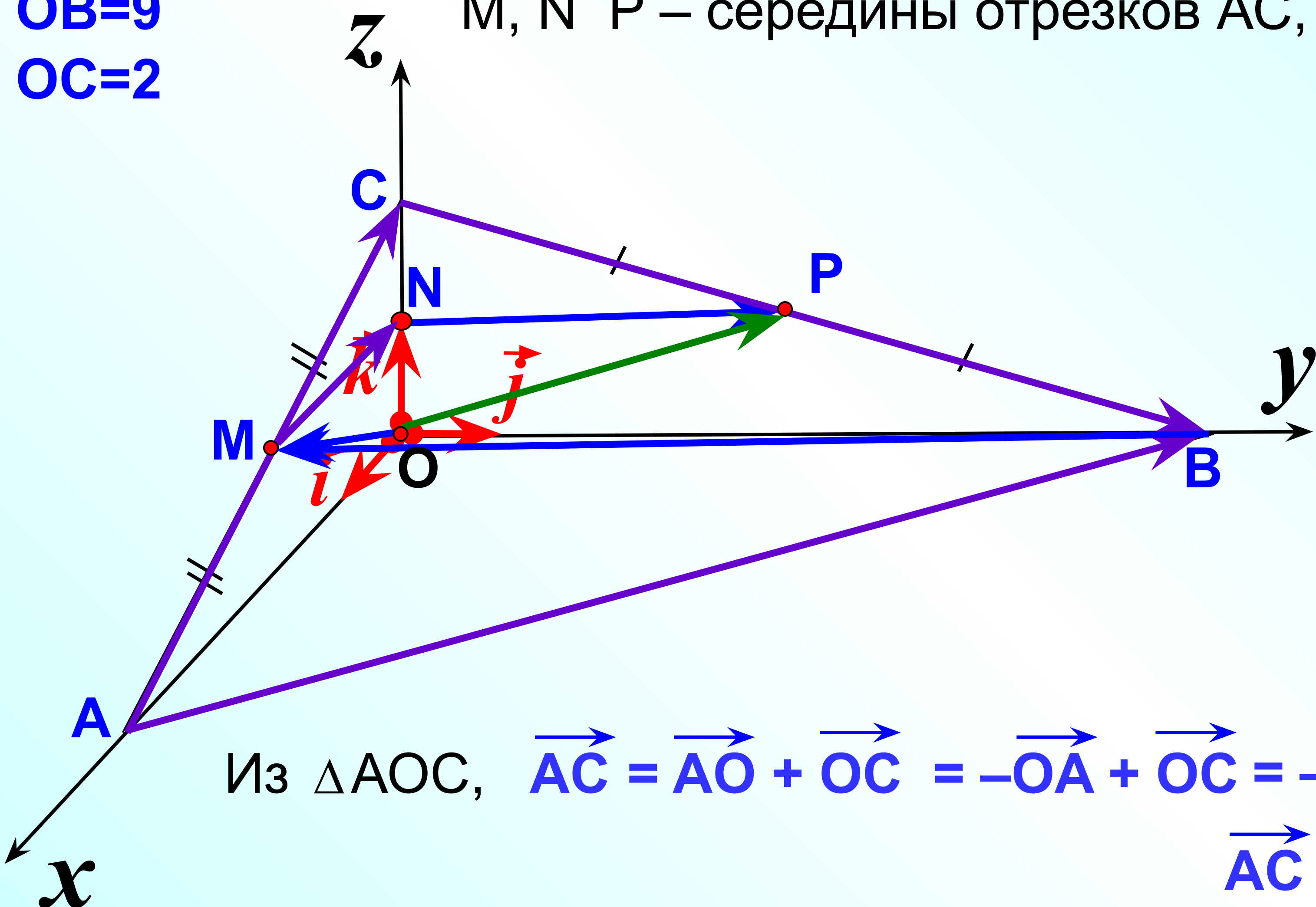
$\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{NP}$, $\overrightarrow{BM}$, $\overrightarrow{OM}$, $\overrightarrow{OP}$.

OA=4

OB=9

OC=2

M, N P – середины отрезков AC, OC и BC



Из ΔAOC, $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OC} = -\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = -4\vec{i} + 2\vec{k}$

$\overrightarrow{AC}\{-4;\ 0\ ;\ 2\}$