ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

11.2.2.2. ***Уметь решать иррациональные уравнения методом возведения обеих частей уравнения в n-ю степень***

"НАЙДИ ОШИБКИ"

Решение уравнений

1) $x^3 = 8$ 2) $x = \sqrt{36}$ 3) $x^3 = -8$ 4) $\sqrt[3]{x} = -3$

$x = \pm 2$ $x = \pm 6$ *нет корней* $x = \pm 27$

Применение формул сокращенного умножения

1) $(x+2)^2 = x^2 - 4x + 4;$

2) $(3x+2)^2 = 3x^2 + 12x + 4;$

3) $(2y-4)^2 = 4y - 16y.$

Правильно найденные ошибки отметьте «+» и в листе самоконтроля, в столбец «После проверки», внесите число, соответствующее количеству «+» и поставьте свою подпись.

"НАЙДИ ОШИБКИ"

Решение уравнений

1) $\sqrt[3]{8} = x$ 2) $\sqrt{x} = 36$ 3) $x^3 = -8$ 4) $\sqrt[3]{x} = -3$

$x = 2$ $x = 36^2$ $x = -2$ $x = -27$

Применение формул сокращенного умножения

$$1)\ (x+2)^2 = x^2 + 4x + 4;$$

$$2)\ (3x+2)^2 = 9x^2 + 12x + 4;$$

$$3)\ (2y-4)^2 = 4y^2 - 16y + 16.$$

ПОВТОРИМ

?

называют ***иррациональным***.

$а)\ б)\ \sqrt[3]{23x+75} = -92;\qquad \sqrt{} = -$

$в)\ x\sqrt{2} = 3x + 4;\qquad г)\ 3x+\sqrt{5}\quad 2; =$

$д)\ x^2 + 2\sqrt{} = 0;\qquad е)\ 2\quad 7\sqrt[3]{9x} - \quad =$

1) Какие из уравнений не являются иррациональными?
2) Какие иррациональные уравнения не имеют корней?

КЛЮЧ

1	2
в, д	*б*

Основная цель при решении иррациональных уравнений состоит в том, чтобы освободиться от знака радикала и получить рациональное уравнение.

- При решении иррациональных уравнений применяют следующие **основные методы**:
- **возведение в степень обеих частей уравнения;**
- введение новой переменной;
- разложение на множители.

Кроме основных методов следует рассмотреть **дополнительные методы** решения иррациональных уравнений:

- умножение на сопряженное;
- переход к уравнению с модулем;
- метод «пристального взгляда» (метод анализа уравнения);
- использование монотонности функции.

Иррациональные уравнения содержат радикалы. Чтобы избавиться от радикалов, необходимо возвести обе части уравнения в одну и ту же степень с натуральным показателем.

Если:

- **Возводим в нечетную степень, то получаем равносильное уравнение;**
- **Возводим в четную степень –получаем уравнение -следствие, поэтому можем получить посторонние корни. В этом случае делаем проверку.**

$$\sqrt[n]{f(x)} = a$$

где **a** – некоторое число (константа), f(x) – рациональное выражение.

Для его решения необходимо обе части возвести в степень **n**, тогда корень исчезнет:

$$\left(\sqrt[n]{f(x)}\right)^n = a^n$$

$$f(x) = a^n$$

Получаем рациональное ур-ние, решать которые мы уже умеем. Однако есть важное ограничение. Мы помним, что корень четной степени всегда равен положительному числу, и его нельзя извлекать из отрицательного числа. Поэтому, если в ур-нии

$$\sqrt[n]{f(x)} = a$$

n – четное число, то необходимо, чтобы **а** было положительным. Если же оно отрицательное, то ур-ние не имеет корней. Но на нечетные **n** такое ограничение не распространяется.

$$\sqrt{x-5}=-6$$

Решение. Справа стоит отрицательное число (– 6), но квадратный корень (если быть точными, то *арифметический* квадратный корень) не может быть отрицательным. Поэтому ур-ние корней не имеет.

Ответ: корней нет.

Пример. Решите ур-ние

$$\sqrt[3]{x-5} = -6$$

Решение. Справа стоит отрицательное число, но это не является проблемой, ведь кубический корень может быть отрицательным. Возведем обе части в куб:

$$x - 5 = (-6)^3$$

$$x = -216 + 5$$

$$x = -211$$

Ответ: -211.

Конечно, под знаком корня может стоять и более сложное выражение, чем $(x - 5)$.

Решение иррациональных уравнений с радикалами чётной степени

Решим совместными усилиями иррациональное уравнение: $\sqrt{x+12}-x=0.$

Решение:

Уединим радикал : $\sqrt{x+12}=x.$

Возведем обе части уравнения в квадрат: $\left(\sqrt{x+12}\right)^2=x^2.$

Решим полученное уравнение:

$$x^2-x-12=0.$$

Тогда $D = 49,\ x = -3,\ x = 4.$

Проверка: $-3:\ \sqrt{-3+12}-(-3)=0,$

$\sqrt{4+3}=0$

$5=0$ – *не верно, т.е.* -3 *посторонний корень*

$4:\ \sqrt{4+12}-4=0,$

$\sqrt{16}-4=0,$

$4-4=0;$

$0=0$ - *верно,*

Ответ: 4

Решение иррациональных уравнений с радикалами нечётной степени

Решим совместными усилиями иррациональное уравнение: $\sqrt[7]{x+5}+2=0.$

Решение:

Уединим радикал : $\sqrt[7]{x+5}=-2.$

Возведем обе части уравнения в 7 степень: $x+5=-128.$

Решим полученное уравнение: $x=-128-5,$

$$x=-133.$$

Ответ: -133

Правила решения иррациональных уравнений.

$$\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x), \\ f(x) \geq 0. \end{cases}$$

$$\sqrt{f(x)} = a \Leftrightarrow f(x) = a^2 \ (a \geq 0)$$

$$\sqrt{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g^2(x), \\ g(x) \geq 0. \end{cases}$$

$$\sqrt{f^2(x)} = |f(x)|$$

Найдите корень уравнения:

[illegible]

Правильный ответ: [illegible]

Работа в группах

Алгоритм решения уравнений вида $\sqrt[n]{A} = B$	
n – четное	***n – нечетное***
1)уединить корень; 2) возвести обе части уравнения в степень n; 3)решить полученное уравнение; 4) выполнить проверку корней путем подстановки в исходное уравнение; 5)записать ответ.	*1)уединить корень; 2)возвести обе части уравнения в степень n; 3)решить полученное уравнение; 4)записать ответ.*

Работа в группах

	Решить уравнения:	Ответы:
	$\sqrt{1+3x} = 1 - x$	
	$\sqrt[3]{x^2 - 2x} = 2$	
	$x - \sqrt{x-1} = 3.$	
	$\sqrt{2x^2 - 7x - 3} + x = 3$	
	$\sqrt[3]{(x^2+2)^3} = 3x$	
	$(x-1)\sqrt{2 - 3x - 2x^2} = 0$	

Работа в группах

	Решить уравнения:	Ответы:	
1	$\sqrt{1+3x} = 1 - x$	0	2 балла
2	$\sqrt[3]{x^2 - 2x} = 2$	-2; 4	1балл
3	$x - \sqrt{x-1} = 3.$	5	2 балла
4	$\sqrt{2x^2 - 7x - 3} + x = 3$	-3	2 балла
5	$(x-1)\sqrt{2-3x-2x^2} = 0$	1; -2; 0,5	3 балла
		итого	10 баллов

- *Работа по учебнику:*
- *Стр 116 № 14.3 (1 ст)*
-

Формативное оценивание:

Решить уравнения:

№ 14.2 (1,3)

Умеет решать уравнения методом возведени я в степень	А) правильно возводит обе части в нужную степень	1
	Решает уравнение	1
	Правильно указывает корни	1
	А) правильно возводит обе части в нужную степень	1
	Решает уравнение	1
	Правильно указывает корни	1

Домашнее задание :

- п.14 № 14.3(2ст) №14.14.6(1)