

Четность, нечетность, периодичность тригонометрических функций

Четная и нечетная функция

Функцию $y = f(x)$, $x \in X$, называют **чётной**, если для любого значения x из множества X выполняется равенство $f(-x) = f(x)$.

Функцию $y = f(x)$, $x \in X$, называют **нечётной**, если для любого значения x из множества X выполняется равенство $f(-x) = -f(x)$

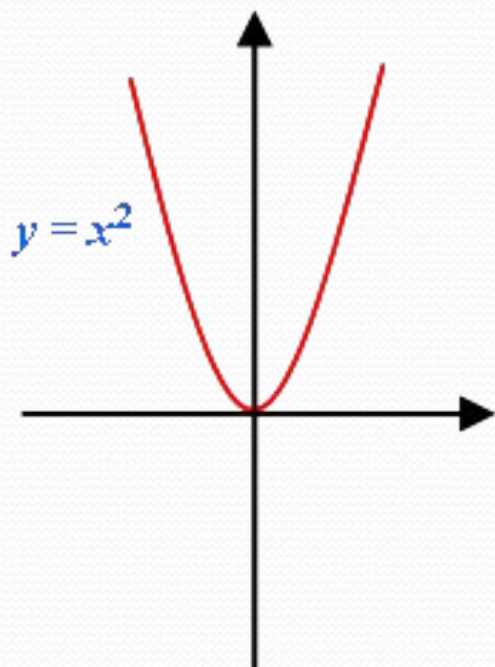
Периодическая функция

Функция называется **периодической**, если для всех x из области определения функции выполняется равенство $f(x) = f(x + T) = f(x - T)$

T - некоторое число, называемое периодом функции.

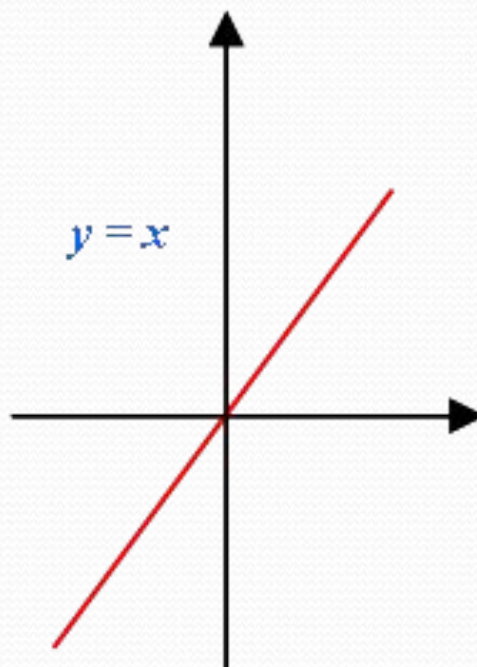
Примеры четности функций

Четная функция



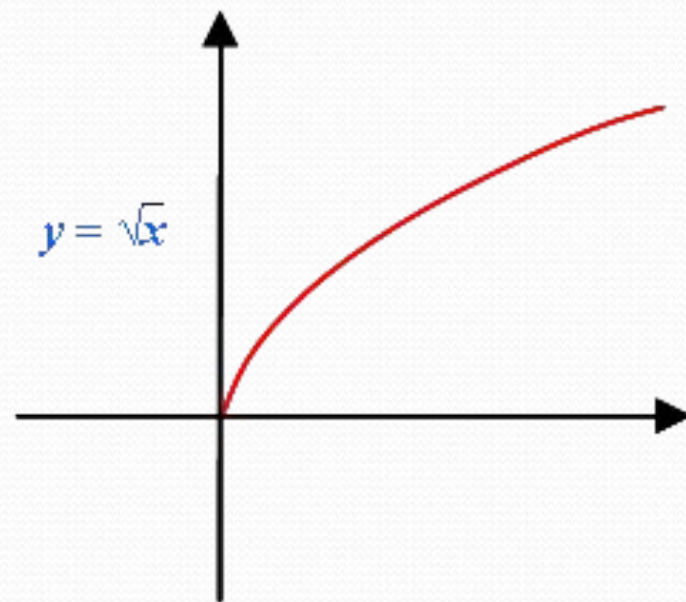
Симметрия
относительно
оси OY

Нечетная функция



Симметрия
относительно
начала координат

Ни четная, ни нечетная функция



**Функции $y = \sin x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$ —
нечетные, $y = \cos x$ — четная.**

$$\sin (-x) = -\sin x$$

$$\cos (-x) = \cos x$$

$$\operatorname{tg} (-x) = -\operatorname{tg} x$$

$$\operatorname{ctg} (-x) = -\operatorname{ctg} x$$

Решить в классной работе № 700(1,3,5), 701(1)

Выяснить, является ли данная функция четной или нечетной (700—701).

- 700** 1) $y = \cos 3x$; 2) $y = 2 \sin 4x$; 3) $y = \frac{x}{2} \operatorname{tg}^2 x$;
4) $y = x \cos \frac{x}{2}$; 5) $y = x \sin x$; 6) $y = 2 \sin^2 x$.
- 701** 1) $y = \sin x + x$; 2) $y = \cos \left(x - \frac{\pi}{2} \right) - x^2$;
3) $y = 3 - \cos \left(\frac{\pi}{2} + x \right) \sin (\pi - x)$;
4) $y = \frac{1}{2} \cos 2x \sin \left(\frac{3}{2} \pi - 2x \right) + 3$;
5) $y = \frac{\sin x}{x} + \sin x \cos x$; 6) $y = x^2 + \frac{1 + \cos x}{2}$.

Решить в классной работе № 702(1,3,5), 703(1,3)

702 Доказать, что данная функция является периодической с периодом 2π , если:

- 1) $y = \cos x - 1$; 2) $y = \sin x + 1$; 3) $y = 3 \sin x$;
4) $y = \frac{\cos x}{2}$; 5) $y = \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right)$; 6) $y = \cos \left(x + \frac{2\pi}{3} \right)$.

703 Доказать, что данная функция является периодической с периодом T , если:

- 1) $y = \sin 2x$, $T = \pi$; 2) $y = \cos \frac{x}{2}$, $T = 4\pi$;
3) $y = \operatorname{tg} 2x$, $T = \frac{\pi}{2}$; 4) $y = \sin \frac{4x}{5}$, $T = \frac{5}{2} \pi$.

Наименьший положительный период функции

$$y = \sin x$$

$$y = \cos x$$

$$T = 2\pi$$

$$y = \operatorname{tg} x$$

$$y = \operatorname{ctg} x$$

$$T = \pi$$

Наименьший положительный период
линейно зависимой функции

$$y = \sin(kx + b)$$

$$y = \cos(kx + b)$$

$$y = \operatorname{tg}(kx + b)$$

$$y = \operatorname{ctg}(kx + b)$$

$$T' = \frac{T}{|k|}$$

Решить в классной работе: найдите наименьший
положительный период функции

$$y = \sin \frac{5x}{4}$$

$$y = \cos \frac{x}{7}$$

$$y = \operatorname{tg} \frac{9x}{7}$$

$$y = \operatorname{ctg} 5x$$

Домашнее задание

Выучить § 39, конспект, решить № 700(2,4,6),
701(2), 703(2,4), 705