

Сложное (составное) движение точки

Сложное движение точки

Сложное (составное) движение точки - такое движение, которое может быть составлено из двух (нескольких) простых движений.

Движение рассматривается в двух системах координат: неподвижной и подвижной (движущейся).

СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ

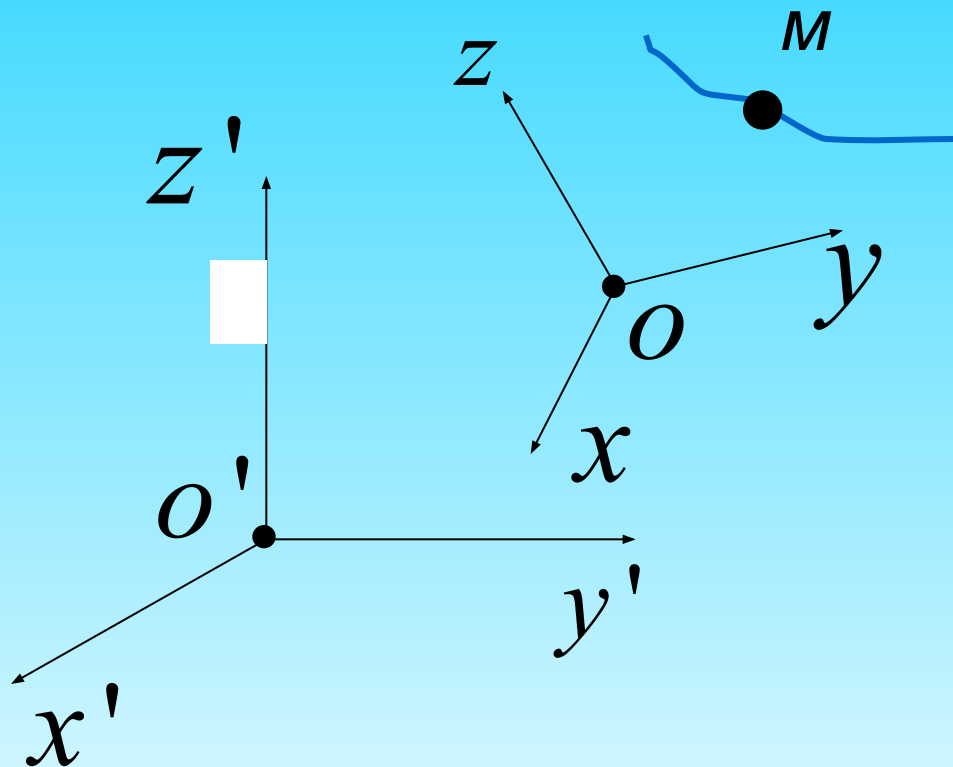


движение, которое допускает разделение на два простых с помощью дополнительной подвижной системы отсчета

Сложное движение точки

$X' Y' Z'$ - неподвижная система координат - НПСК

$X Y Z$ – подвижная система координат - ПСК



Подвижная точка М

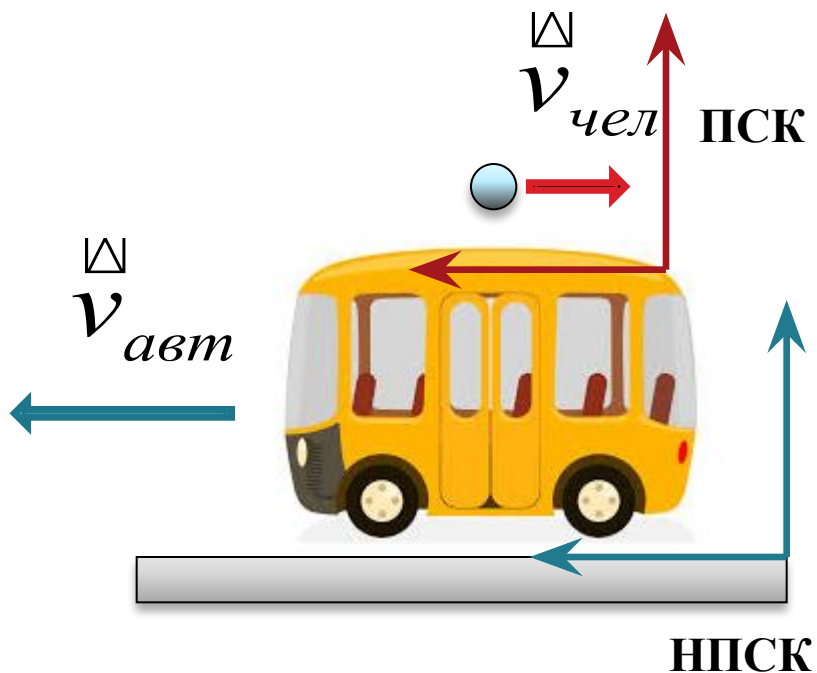
Сложное движение точки

Движение точки относительно неподвижной системы координат называется ***абсолютным***.

Движение точки относительно подвижной системы координат называется ***относительным***.

Движение подвижной системы координат относительно неподвижной системы координат называется ***переносным***.

АБСОЛЮТНОЕ, ОТНОСИТЕЛЬНОЕ И ПЕРЕНОСНОЕ ДВИЖЕНИЕ



Движение подвижной системы относительно неподвижной – **переносное движение (пер)**

Движение материальной точки относительно подвижной системы – **относительное (отн)**

Движение материальной точки относительно неподвижной системы – **абсолютное (абс)**

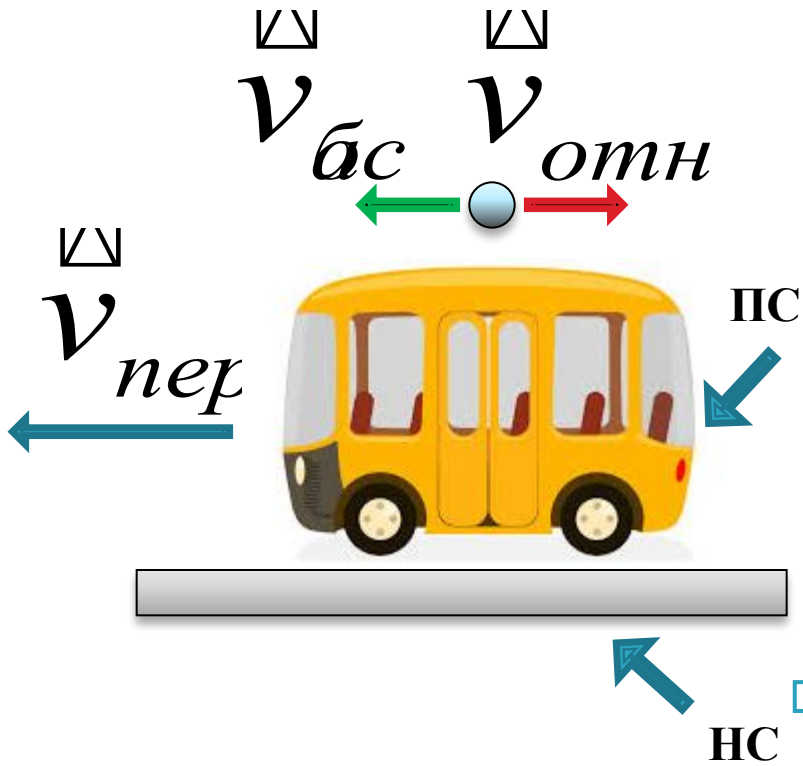
Сложное движение точки

Теорема о сложении скоростей:

$$\nabla \quad \nabla \quad \nabla$$
$$V = V_{\text{отн}} + V_{\text{пер}}$$

Абсолютная скорость точки равна геометрической сумме переносной и относительной скоростей

АБСОЛЮТНАЯ, ОТНОСИТЕЛЬНАЯ И ПЕРЕНОСНАЯ СКОРОСТЬ



Скорость материальной точки относительно подвижной системы – **относительная** $v_{отн}$

Скорость материальной точки, мысленно закрепленной в данный момент времени на подвижной системе координат – **переносная** $v_{пер}$

Скорость материальной точки относительно неподвижной системы – **абсолютная** v_{abc}

$$\overline{v}^{abc} = \overline{v}^{пер} + \overline{v}^{отн}$$

Сложное движение точки

Скорости и ускорения при сложном движении обозначаются

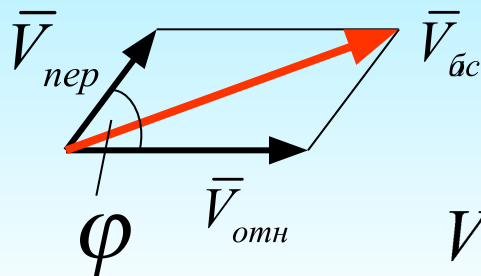
\bar{a}_{abc} , a_{abc}^- - абсолютные

$\bar{V}_{отн}$, $\bar{a}_{отн}$ - относительные

$\bar{V}_{пер}$, $\bar{a}_{пер}$ - переносные

Сложение векторов скорости по теореме косинусов

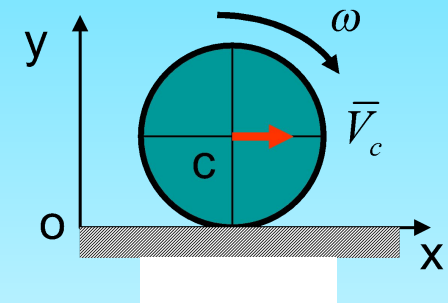
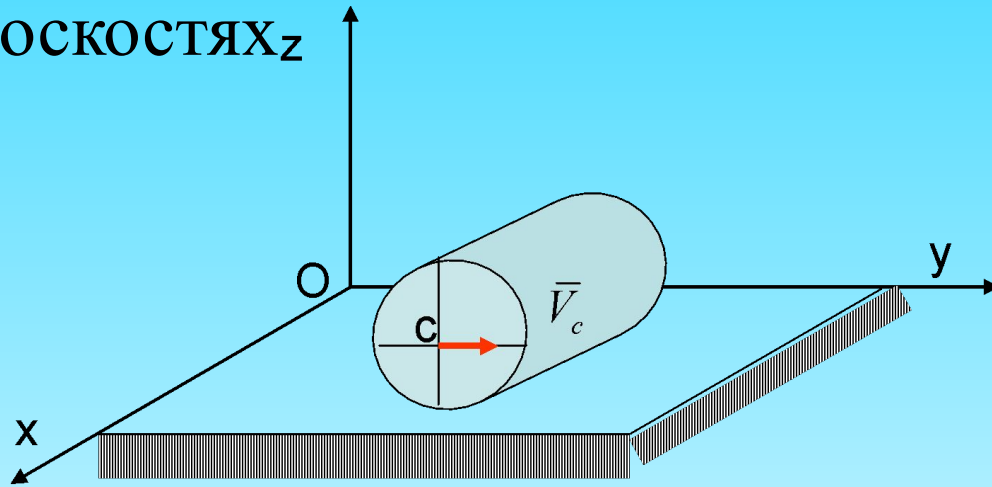
$$\bar{V}_{\acute{a}c} = \bar{V}_{отн} + \bar{V}_{пер}$$



$$V_{\acute{a}c} = \sqrt{V_{отн}^2 + V_{пер}^2 + 2V_{отн} V_{пер} \cos \varphi}$$

Плоское движение твердого тела

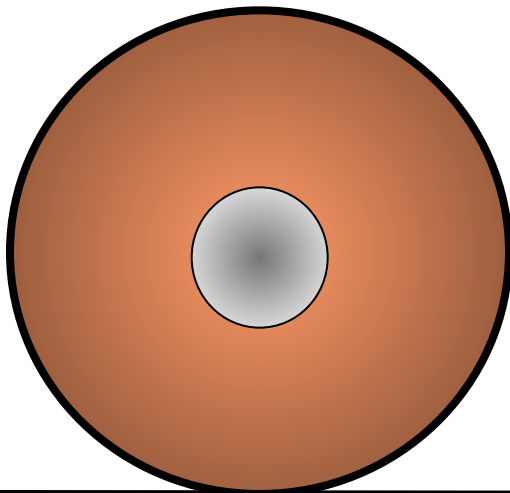
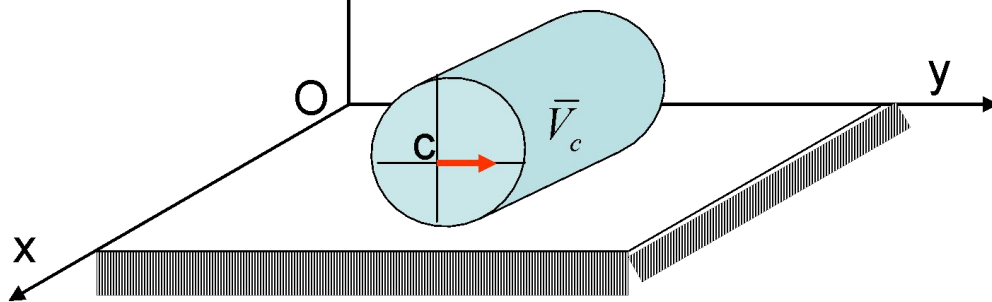
Плоскопараллельным (плоским) движением твердого тела называется составное(сложное) движение, при котором все точки тела перемещаются в параллельных плоскостях xz



Плоскопараллельное движение твердого тела слагается из поступательного движения, при котором все точки тела движутся как полюс C и из вращательного движения вокруг этого полюса

Пример плоскопараллельного движения твердого тела

(поступательное движение + вращательное движение)



Теорема о скоростях точек тела при плоскопараллельном движении (ВЕКТОРНАЯ)

Скорость произвольной точки плоской фигуры равна геометрической сумме скорости полюса и вращательной скорости этой точки вокруг оси, проходящей через полюс (полюс это точка, скорость которой известна).

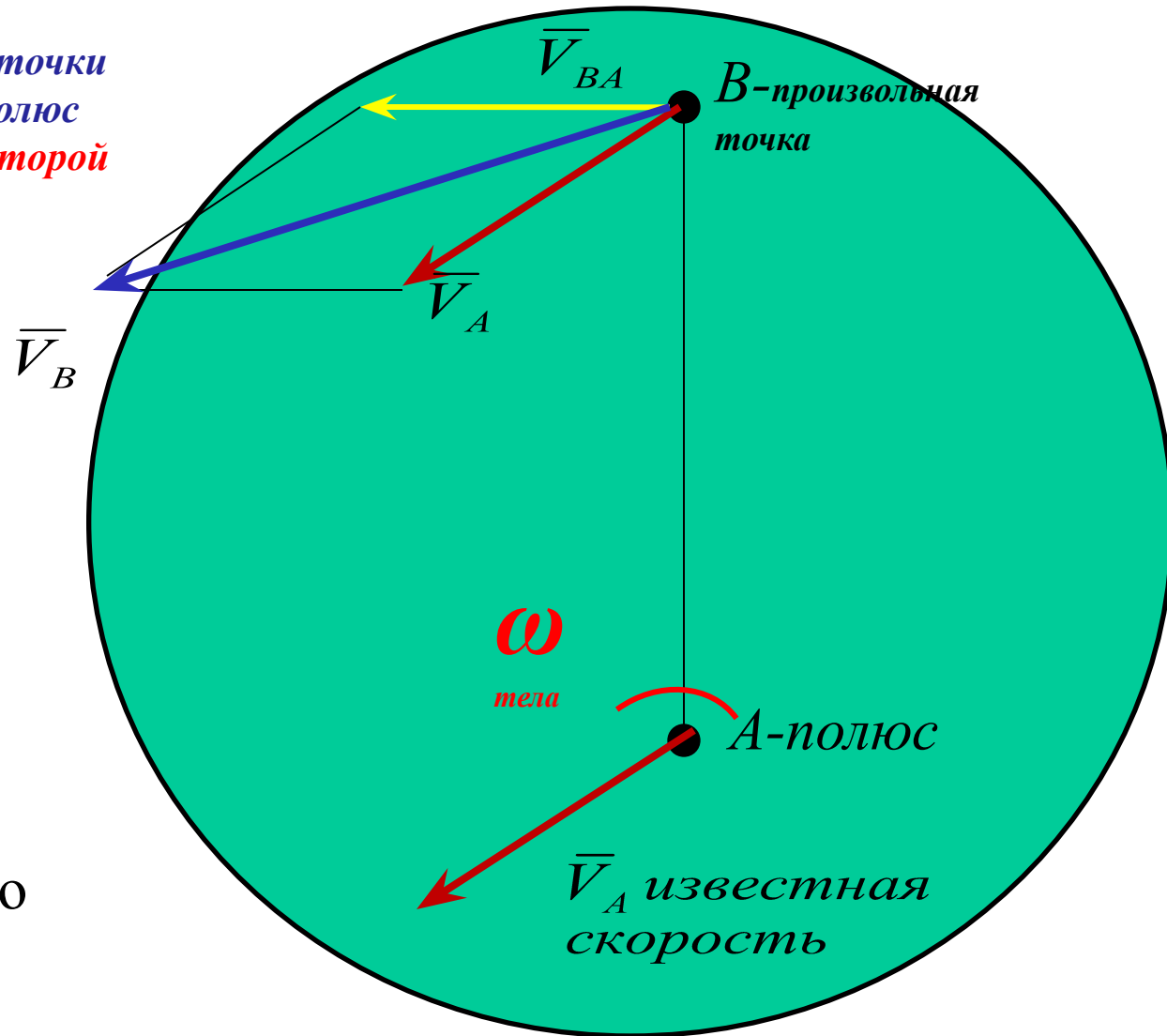
Геометрическая интерпретация теоремы

$$\bar{V}_B = \bar{V}_A + \bar{V}_{BA}$$

$$\bar{V}_{BA} \perp \overline{AB}$$

$$V_{BA} = \omega \cdot |AB|$$

тело



Плоское движение твердого тела

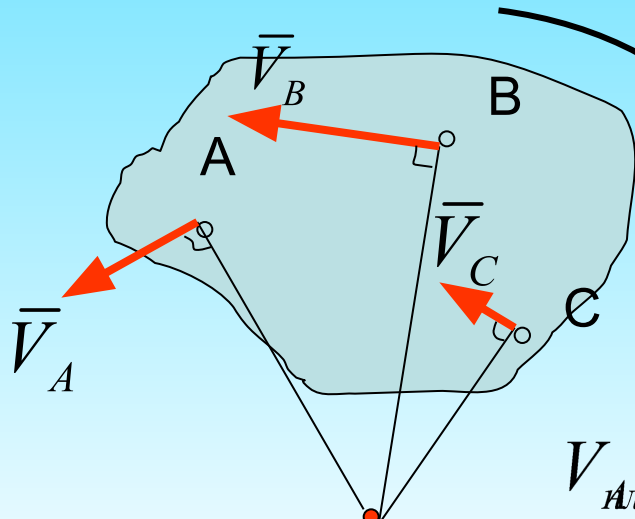
Мгновенный центр скоростей

В механике принято также плоское движение рассматривать, как **мгновенно вращательное** вокруг точки МЦС.

Мгновенным центром скоростей при плоском движении (МЦС - P) называется точка при, **скорость** которой в данный момент **равна нулю** (мнимый центр (ось) вращения).

$$\vec{V}_A = \vec{V}_P + \vec{V}_{AP};$$

$$V_A = V_{AP} = \omega \cdot PA$$



$$\frac{V_A}{AP} = \frac{V_B}{BP} = \frac{V_C}{CP} = \omega_{\text{плоское}}$$

$$\frac{V_A}{V_B} = \frac{AP}{BP}$$

$$\frac{V_A}{V_C} = \frac{AP}{CP}$$

$$\frac{V_C}{V_B} = \frac{CP}{BP}$$

$$V_{\text{пл}} = \omega \cdot AP$$

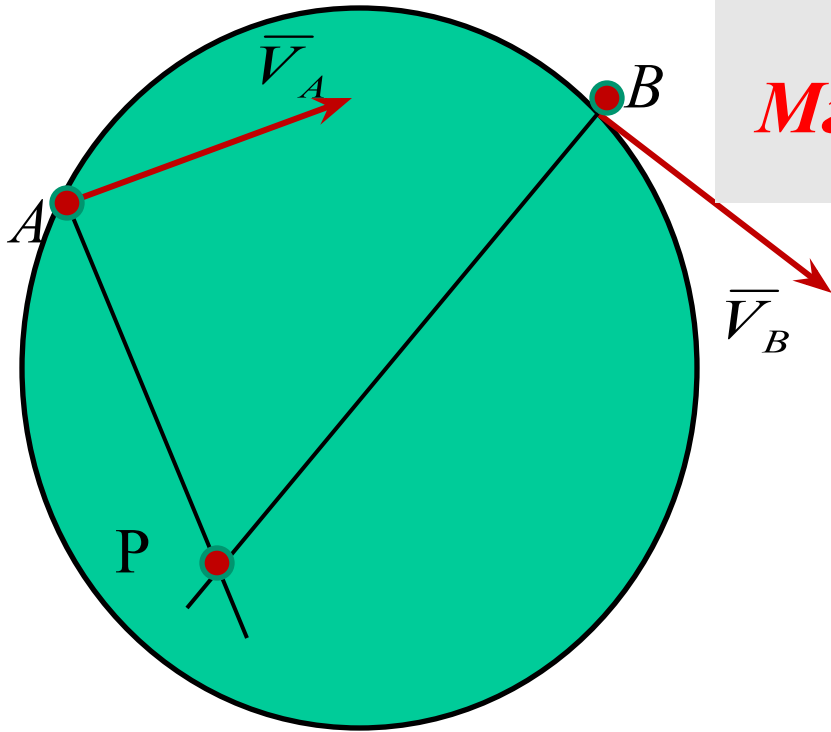
$$V_{\text{пл}} = \omega \cdot BP$$

$$V_{\text{пл}} = \omega \cdot CP$$

$$V_P = 0$$

P Точка P- МЦС

Правило нахождения Мгновенного центра скоростей



Мгновенным центром скоростей (МЦС) называется точка, скорость которой в данный момент времени равна нулю. (может не лежать на теле и постоянно меняющая своё положение)

Точка P – мгновенный центр скоростей. $V_P = 0$

!!! Точка P находится на пересечении перпендикуляров, восстановленных к скоростям в точках «А» и «В»

Найдём точку P - МЦС

$$\bar{V}_A = \bar{V}_P + \bar{V}_{AP}$$

$$\bar{V}_{AP} \perp A\bar{P}$$

$$\bar{V}_B = \bar{V}_P + \bar{V}_{BP}$$

$$\bar{V}_{BP} \perp B\bar{P}$$

Плоское движение твердого тела

Свойства МЦС:

- Скорости всех точек фигуры перпендикулярны отрезкам, соединяющим эти точки с МЦС
- Модули скоростей пропорциональны расстояниям точек до МЦС
- Угловая скорость тела равна в каждый данный момент времени отношению скорости какой-нибудь точки к ее расстоянию до МЦС

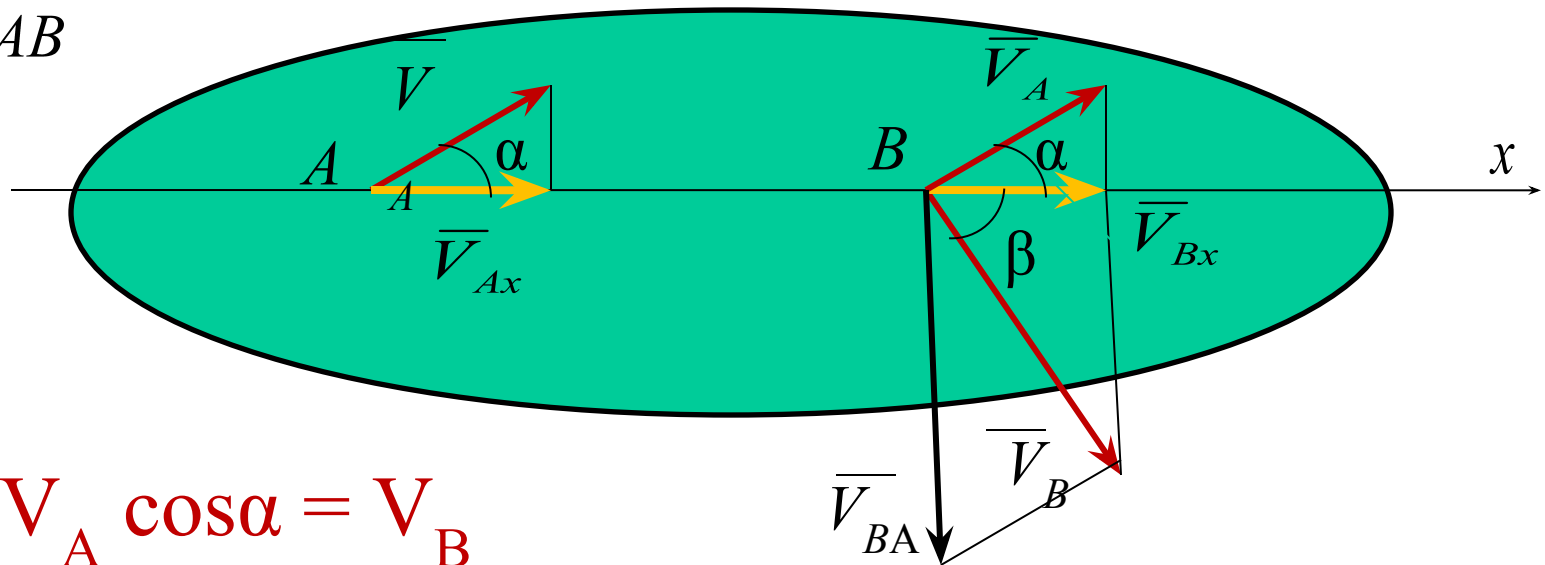
Теорема о проекциях скоростей двух точек тела на прямую, соединяющую эти точки (2 МЕТОД НАХОЖДЕНИЯ СКОРОСТЕЙ В ПЛОСКОМ ДВИЖЕНИИ)

Проекции скоростей двух точек тела на прямую, соединяющую эти точки, равны.

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}$$

$$\text{пр}_{AB} \vec{V}_A = \text{пр}_{AB} \vec{V}_B$$

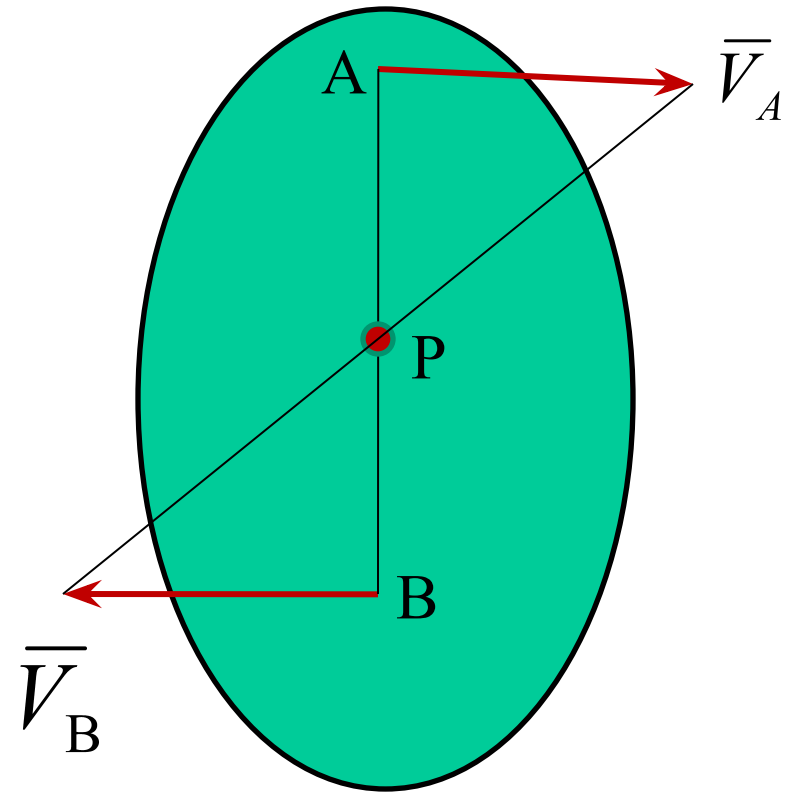
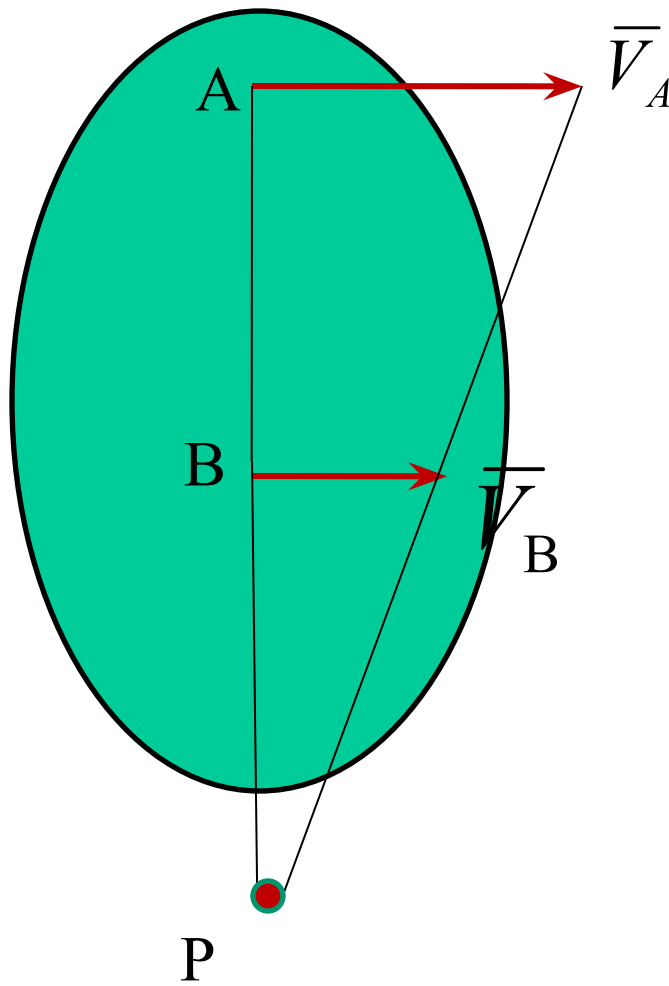
$$\vec{V}_{BA} \perp AB$$



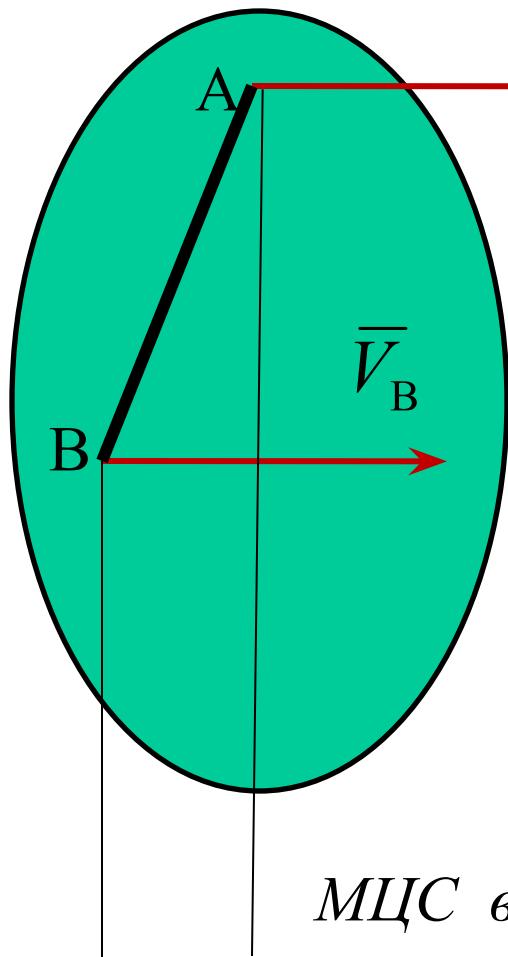
$$V_A \cos \alpha = V_B \cos \beta$$

ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ НАХОЖДЕНИЯ МЦС

1. Скорости двух точек тела параллельны друг другу, не равны между собой и перпендикулярны прямой соединяющей эти точки.



2. Скорости двух точек параллельны, но не перпендикулярны прямой, соединяющей эти точки.



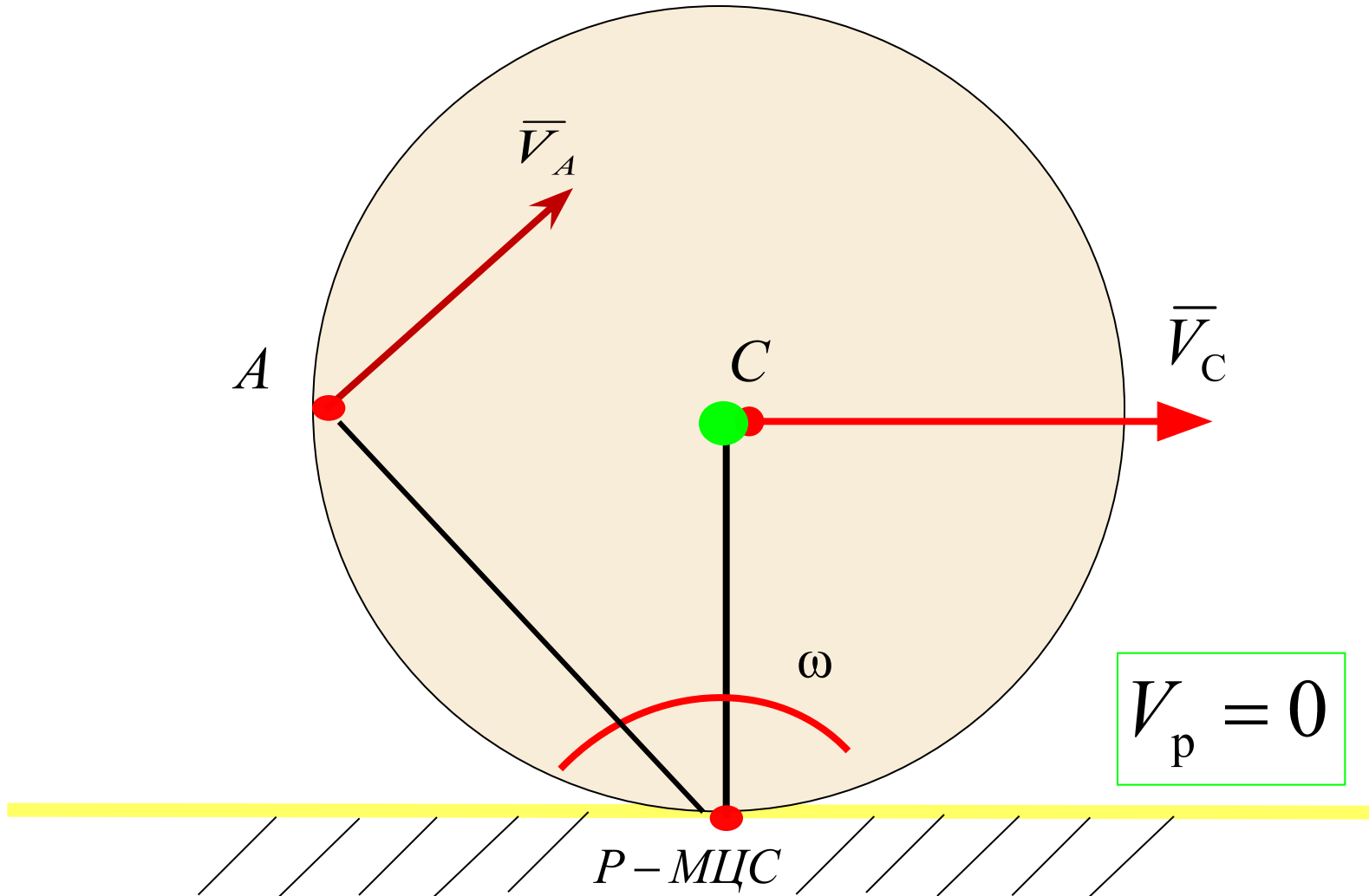
$$\omega = \frac{V_A}{AP} = 0$$

*Движение тела мгновенно-
поступательное*

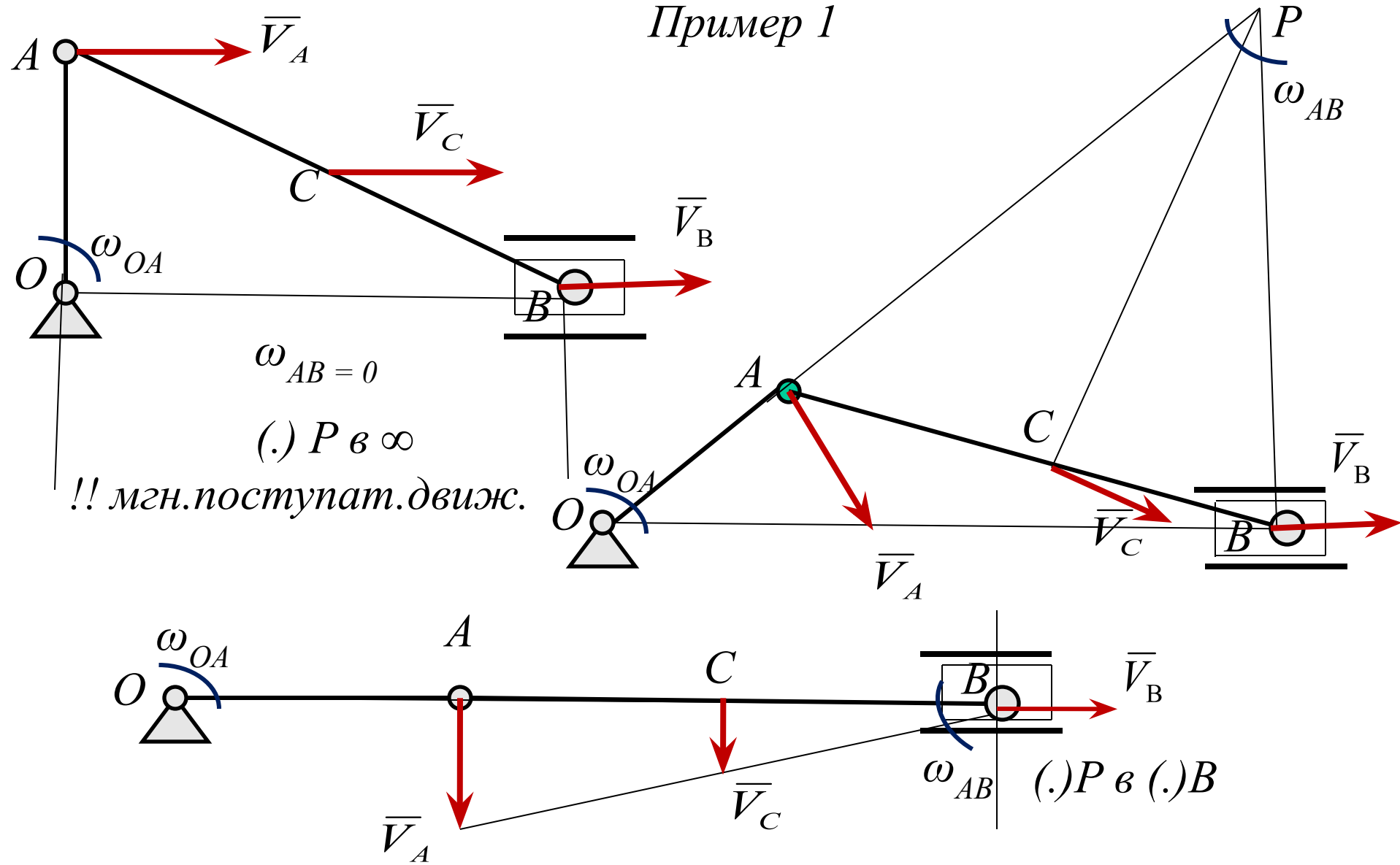
$$V_A = V_B$$

МЦС в бесконечности

3. Тело катится без скольжения по неподвижной поверхности.

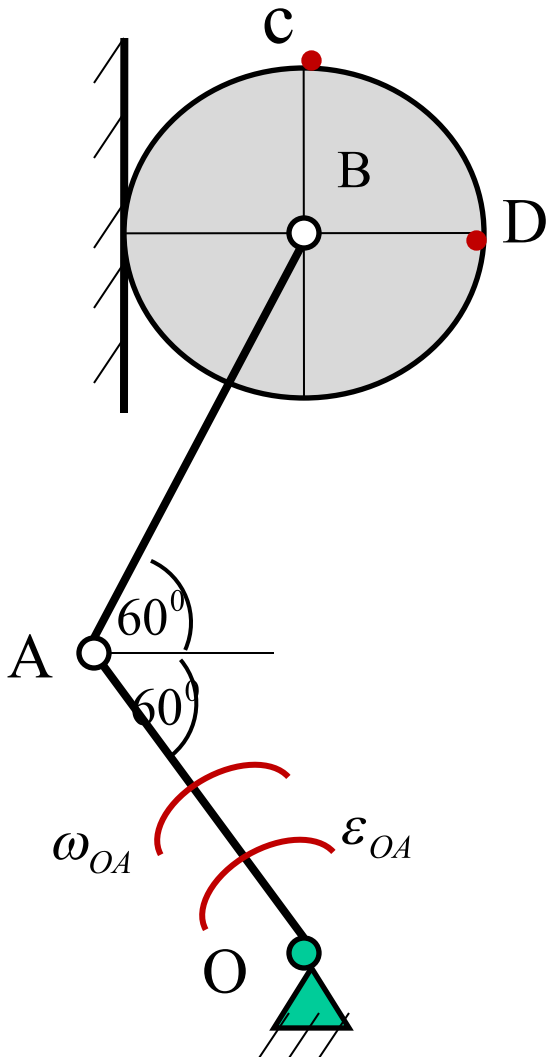


Пример 1



Постановка задачи:

Найти для заданного положения механизма скорости, указанных точек, угловые скорости всех звеньев и ускорения двух точек.



Дано : $\omega_{OA} = 3c^{-1}$; $\epsilon_{OA} = 4c^{-2}$; $OA = 4cm$; $AB = 4cm$; $r = 2cm$

Определить : $V_A; V_B; V_C; V_D; a_A; a_B; a_C; a_D$

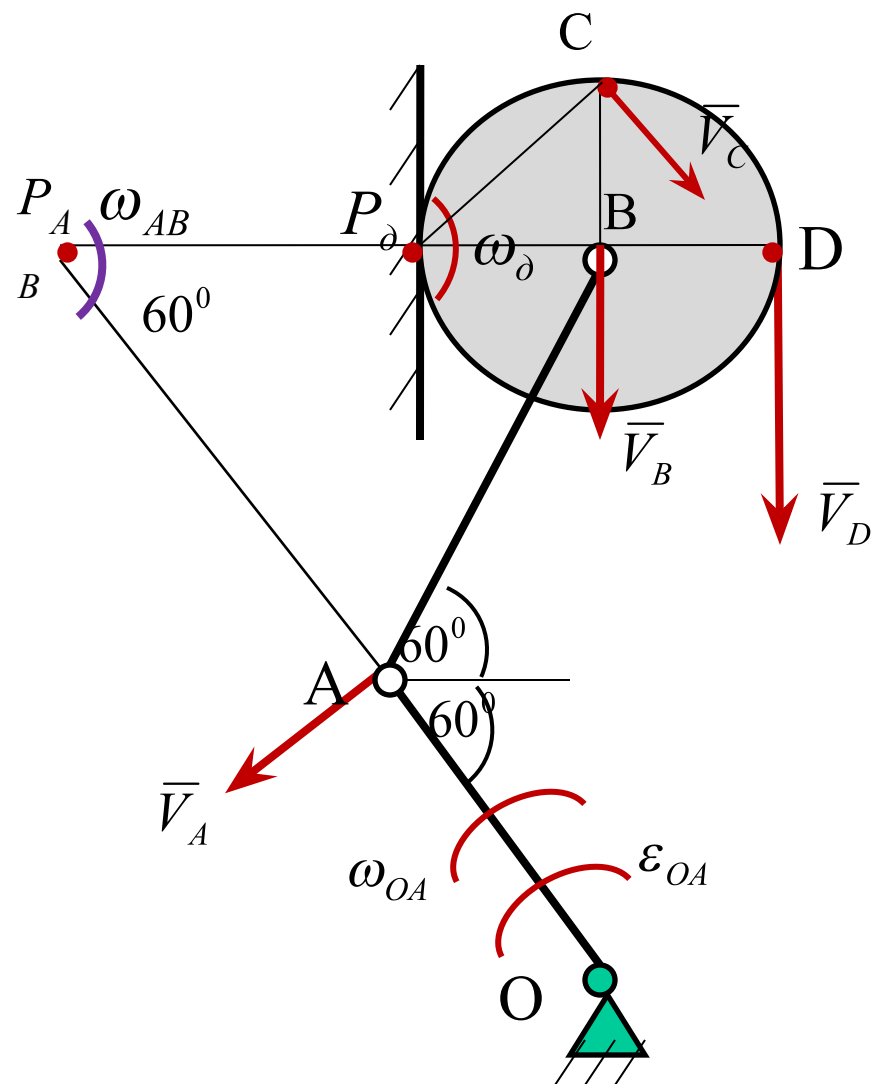
1. Определение скоростей

1.1 С помощью мгновенного центра скоростей.

2. Определение ускорений

2.1 С помощью теоремы ускорений.

Для заданного положения механизма определить скорости всех указанных точек и угловые скорости всех звеньев.



Решение:

1. Построить схему механизма.
2. Анализ движения звеньев системы.

Стержень OA – вращательное движение $\bar{V}_A \perp OA$

Точка B движется по прямой направляющей диска

Стержень AB – плоскопараллельное движение. Точка P_{AB} – МЦС

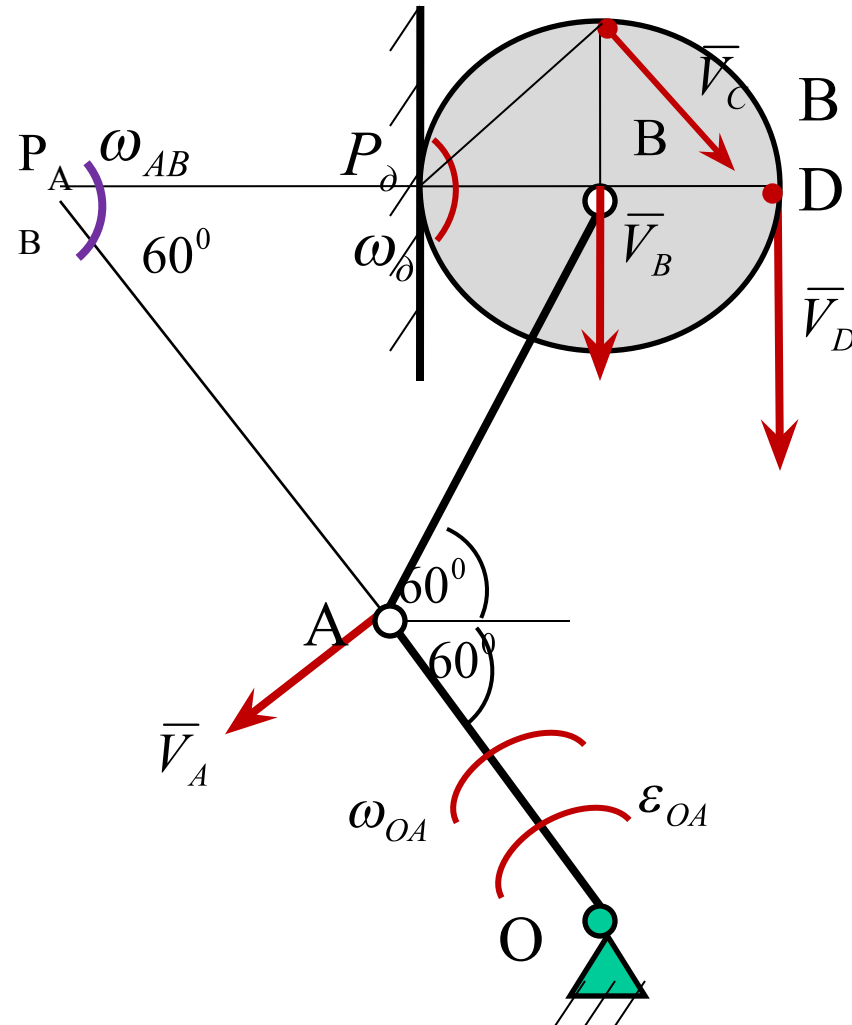
Диск – плоскопараллельное движение. Точка P_δ – МЦС

$\bar{V}_B \perp P_\delta B$; $\bar{V}_C \perp P_\delta C$; $\bar{V}_D \perp P_\delta D$

3. Определение скоростей с помощью мгновенного центра скоростей

Дано: $\omega_{OA} = 3 \text{ с}^{-1}$; $\varepsilon_{OA} = 4 \text{ с}^{-2}$; $OA = 4 \text{ см}$; $AB = 4 \text{ см}$; $r = 2 \text{ см}$

$$V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 3 \cdot 4 = 12 \text{ см/с}$$



Стержень AB – плоскопараллельное движение. Точка P_{AB} – МЦС

$$\omega_{AB} = \frac{V_A}{AP_{AB}} = \frac{V_B}{BP_{AB}}$$

$$\omega_{AB} = \frac{V_A}{AP_{AB}} = \frac{12}{4} = 3 \text{ с}^{-1};$$

$$V_B = \omega_{AB} \cdot BP_{AB} = 3 \cdot 4 = 12 \text{ см/с}$$

Диск – плоскопараллельное движение. Точка P_{AB} – МЦС

$$\omega_{\delta} = \frac{V_B}{BP_{\delta}} = \frac{V_C}{CP_{\delta}} = \frac{V_D}{DP_{\delta}}$$

$$\omega_{\delta} = \frac{V_B}{r} = \frac{V_D}{2r} = \frac{V_C}{r\sqrt{2}}; \omega_{\delta} = \frac{V_B}{r} = 6 \text{ с}^{-1}$$

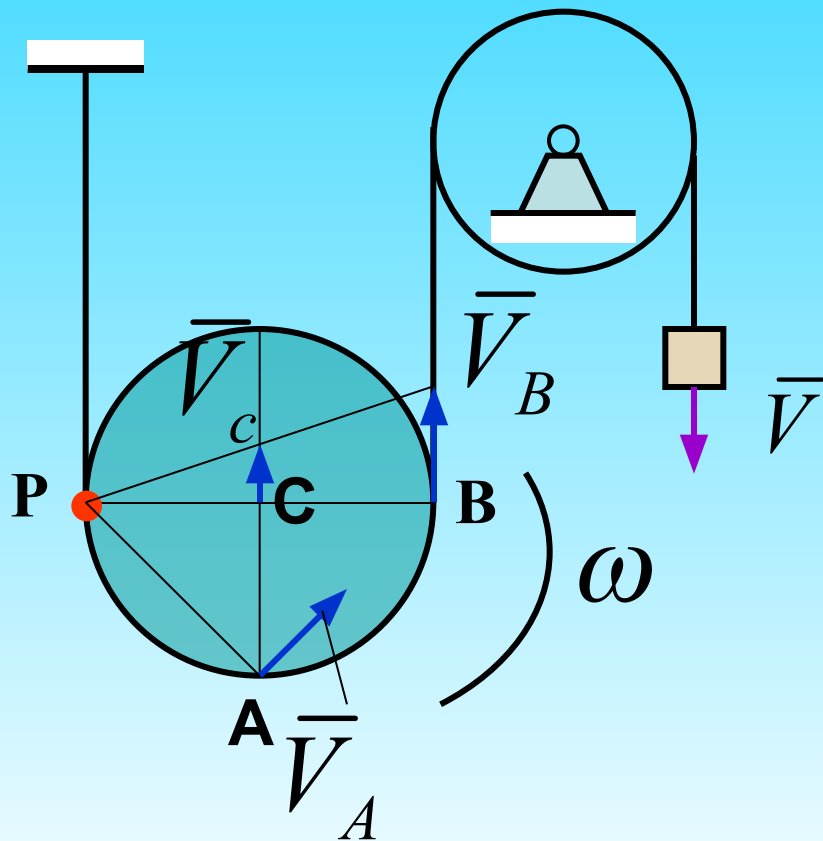
$$V_C = \omega_{\delta} \cdot CP_{\delta} = 6 \cdot 2\sqrt{2} = 17 \text{ см/с}$$

$$V_D = \omega_{\delta} \cdot DP_{\delta} = 6 \cdot 4 = 24 \text{ см/с}$$

Плоское движение твердого тела

• Блок

$$PC = CB = R;$$



$$V_B = V;$$

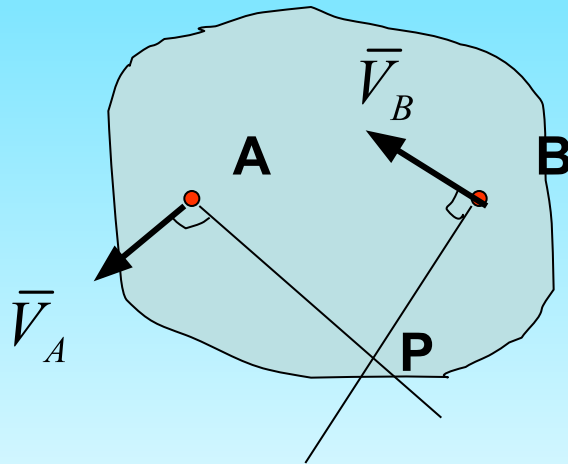
$$\omega = \frac{V_B}{PB} = \frac{V}{2R};$$

$$V_C = \omega \cdot PC = V / 2;$$

$$V_A = \omega \cdot PA = \frac{\sqrt{2}}{2} V.$$

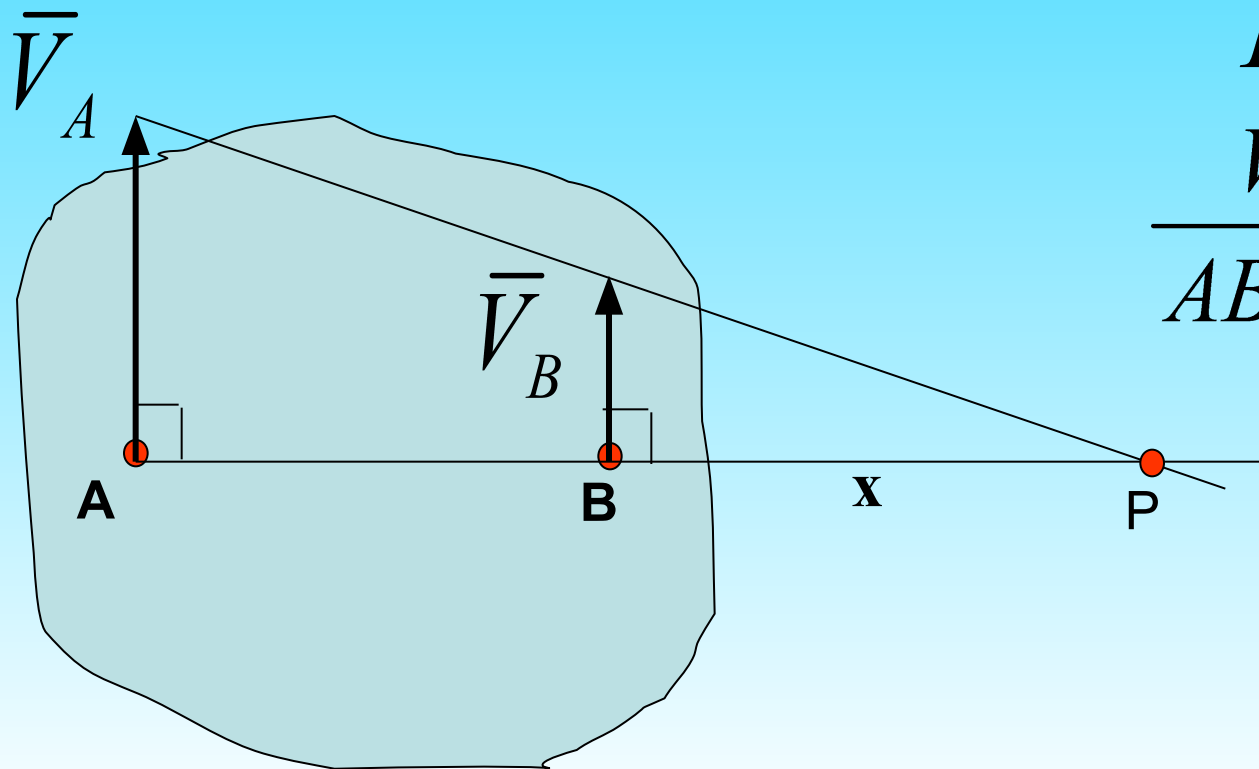
Плоское движение твердого тела

- Известны направления скоростей 2х точек, причем скорости не параллельны



Плоское движение твердого тела

- Скорости двух точек тела параллельны, не равны между собой и перпендикулярны прямой, соединяющей эти точки



$$BP = x$$

$$\frac{V_A}{AB + x} = \frac{V_B}{x} = \omega.$$